

Universidad Carlos III de Madrid

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA



**ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS TEORÍAS DE DAÑO ACUMULADO
POR FATIGA Y PREDICCIÓN DE LA VIDA ÚTIL DE COMPONENTES
MECÁNICOS APLICADO A UN EJE FERROVIARIO**

AUTOR: Sergio Hernández Molina

TUTOR: Zoser Kalengayi Tshilumbu

LEGANÉS, OCTUBRE DE 2017



AGRADECIMIENTOS

Quiero aprovechar para dar las gracias a mis padres por el apoyo incondicional dado durante toda la etapa universitaria, haciéndose en momentos dura y pesada. Agradecerles que me dijeran que era capaz de acabar y así me llegaría la recompensa

A mi pareja, por ser la luz que me ilumina en la oscuridad y su multitud de razones para no darse uno por vencido, aplicando sus conocimientos en mi persona. Por favor no cambies nunca.

A mi hermana por ser tan alegre, aunque tenga momentos duros, esa forma de no parar que un quiero imitar y nunca puede llegar.

Y a mi tutor Zoser, por la ayuda prestada y sus consejos para la realización de este trabajo.

Por ello, solo me cabe decirlos gracias a todos.



RESUMEN

El proyecto trata de verificar un eje ferroviario real, que está sometido a tensiones durante su funcionamiento con distintas teorías de análisis de ciclos con relación a su daño acumulado.

Estas teorías son las propuestas por Miner, Mason, Lemaitre y Ellyin.

El análisis a fatiga está planteado según la norma de diseño UNE con todas las consideraciones que esto supone.

Palabras clave: eje ferroviario, diseño, fatiga, UNE, teórico



ABSTRACT

The project tries to verify a real railway axis, which is subject to stress during its operation with different theories of cycle analysis in relation to its accumulated damage.

These theories are those proposed by Miner, Mason, Lemaitre and Ellyin.

Fatigue analysis is based on the UNE design standard with all the considerations that this implies.

Keywords: Railway axis, design, fatigue, UNE, theoretical



INDICE

<i>INDICE DE ILUSTRACIONES</i>	8
<i>INDICE DE TABLAS</i>	10
1. INTRODUCCIÓN	11
1.1 INTRODUCCIÓN	11
1.2 OBJETIVOS	13
1.2.1 Objetivo global	13
1.2.2 Objetivos secundarios	13
1.3 METODOLOGÍA	14
1.4 ESTRUCTURA DEL PROYECTO	15
2. FRACTURA, FATIGA Y TEORIAS DE DAÑO ACUMULADO POR FATIGA	16
2.1 INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE LA FRACTURA	16
2.1.1 CLASIFICACIÓN DE FALLOS	16
2.1.2 INTRODUCCIÓN A LA FATIGA EN METALES	18
2.1.3 ESTADIOS DE LA FATIGA	18
2.1.4 CLASIFICACIÓN SEGÚN EL NÚMERO DE CICLOS DE Tensión	20
2.1.5 CURVA DE WÖHLER:	20
2.1.6 COEFICIENTES MODIFICATIVOS DE MARIN	21
2.1.7 ESFUERZOS FLUCTUANTES	26
2.1.8 MÉTODOS DE ANÁLISIS CON ESFUERZO MEDIO NO NULO	28
2.2 ANTECEDENTES Y ESTADO ACTUAL	29
2.2.1 ANTECEDENTES DE LA FRACTURA MECÁNICA	29
2.2.2 HISTORIA DE TEORIA DE DAÑO	30
2.3 TEORIA DE DAÑO ACUMULATIVO	32
2.3.1 DEFINICION GRÁFICA DE DAÑO ACUMULADO	33
2.3.2 Tensión EFECTIVA	34
2.3.3 ANÁLISIS DE MULTIPLES CARGAS	34
2.4 TEORIA DE MINER-PALMGREN	34



2.5	TEORIA DE S.S. MASON	36
2.6	TEORIA DE J. LEMAITRE Y R. DESMORAT	37
2.6.1	INTRODUCCIÓN	37
2.6.2	CALCULO RÁPIDO DE FALLOS Y LEY DE EVOLUCIÓN DE DAÑO	40
2.6.3	RESOLUCIÓN NUMÉRICA PARA CICLOS UNIAXIALES	41
2.6.4	CICLOS ALTOS LEMAITRE-DESMORAT	43
2.7	TEORIA DE ELLYIN	45
2.7.1	INTRODUCCIÓN	45
2.7.2	ECUACIÓN DE ENERGIA	46
2.7.3	CURVA DE DAÑO	49
3.	EJE FERROVIARIO	52
3.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	52
3.2	NORMATIVA	53
3.3	MATERIAL DEL EJE MATERIAL DEL EJE	55
3.3.1	CURVA DE DEFORMACION-VIDA DE ST 52-3	56
3.3.2	CURVA TENSION-VIDA	59
3.4	DISEÑO DEL EJE FERROVIARIO	61
3.4.1	CARGAS EN EL EJE	61
3.4.2	ANÁLISIS ESTRUCTURAL TEÓRICO	63
3.4.3	DETERMINACION DEL VALOR TENSIONAL	66
3.4.4	REACCIONES	66
3.4.5	MOMENTO FLECTORES	67
3.4.6	CALCULO DE TENSIONES	68
3.4.7	HISTORIA DE CARGAS	69
3.4.8	ANÁLISIS CON PROGRAMA PTC CREO	71
3.5	COMPARATIVA DE RESULTADOS ENTRE CÁLCULOS TEORICOS Y PTC CREO	72
4.	APLICACIÓN DE LAS TEORIAS DE DAÑO ACUMULADO AL CASO DEL EJE FERROVIARIO	73
4.1	INTRODUCCIÓN	73
4.2	CÁLCULOS MINER-PALGREM	73



4.2.1	CÁLCULOS TEORICOS	73
4.3	CÁLCULOS MASON	74
4.4	CÁLCULOS LEMAITRE	77
4.5	CÁLCULOS DE ELLYIN	79
5.	COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS	84
5.1	COMPARATIVA DE LAS TEORIAS DE DAÑO ACUMULADO	84
5.2	COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LAS DIFERENTES TEORIAS DE DAÑO ACUMULADO	85
6.	CONCLUSIÓN	86
7.	TRABAJO FUTUROS Y PRESUEPUESTO	88
7.1	TRABAJO FUTUROS	88
7.2	PRESUPUESTO	89
8.	BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS	90
8.1	REFERENCIAS	90
8.2	BIBLIOGRAFIA NORMA UNE	91
9.	ANEXOS	92
9.1	PLANO EJE	92
9.2	TABLA DE RESULTADOS DE MOMENTO FLECTOR DEL EJE	93
9.3	CAPTURAS DEL PROGRAMA PTC CREO	98
9.3.1	FOTOS SIMULACIÓN EN ESTÁTICO	98
9.3.2	FOTOS SIMULACIÓN EN FATIGA	99



INDICE DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Tren AVE de Renfe</i>	12
<i>Ilustración 2. Fases rotura eje rotatorio por fatiga</i>	19
<i>Ilustración 3. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con un agujero transversal</i>	24
<i>Ilustración 4. Barra de sección rectangular en flexión simple con un agujero transversal</i>	24
<i>Ilustración 5. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simple con dos muescas o recortes circulares</i>	24
<i>Ilustración 6. Barra de sección rectangular en flexión con dos muescas o recortes circulares</i>	24
<i>Ilustración 7. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simple con estrechamiento y entalles</i>	24
<i>Ilustración 8. Barra de sección rectangular en flexión con estrechamiento y entalles</i>	24
<i>Ilustración 9. Barra de sección circular en tracción con estrechamiento y entalles</i>	25
<i>Ilustración 10. Barra de sección circular en torsión con estrechamiento y entalles</i>	25
<i>Ilustración 11. Barra de sección circular en flexión con estrechamiento y entalles</i>	25
<i>Ilustración 12. Barra de sección circular en torsión con un agujero transversal</i>	25
<i>Ilustración 13. Barra de sección circular en flexión con un agujero transversal</i>	25
<i>Ilustración 14. Placa cargada en tensión con un pasador en agujero transversal</i>	25
<i>Ilustración 15. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de flexión y axiales alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r=4\text{mm}$</i>	26
<i>Ilustración 16. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de torsión alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r=4\text{mm}$</i>	26
<i>Ilustración 17. Ejemplo de una onda sinusoidal</i>	27
<i>Ilustración 18. Ejemplo en un elemento de daño</i>	33
<i>Ilustración 19. Grieta vista desde distintas escalas</i>	39
<i>Ilustración 20. Área del bucle de histéresis general</i>	47
<i>Ilustración 21. Ejemplo de área de bucle de histéresis con diferentes cargas</i>	47
<i>Ilustración 22. Gráfica estándar de las distintas curvas, la de vida y la de daño</i>	49
<i>Ilustración 23. Curva Deformación-Vida ST 52-3</i>	57
<i>Ilustración 24. Curva Tensión-Vida ST 52-3</i>	59
<i>Ilustración 25. Momento flector detallado de la mitad del eje ferroviario</i>	67
<i>Ilustración 26. Historia de carga High-Low</i>	70
<i>Ilustración 27. Historia de carga Low-High</i>	70



<i>Ilustración 28. Fracción de vida. Teoría de Miner</i>	74
<i>Ilustración 29. Fracción de vida en estado lleno. Teoría de Mason</i>	76
<i>Ilustración 30. Fracción de vida en estado lleno. Teoría de Mason</i>	76
<i>Ilustración 31. Gráfica de resultados Vida-Energía criterio de Ellyin</i>	82
<i>Ilustración 32. Plano eje ferroviario</i>	92
<i>Ilustración 33. Tensión en estado de vacío con software Creo</i>	98
<i>Ilustración 34. Tensión en estado de lleno con software Creo</i>	98
<i>Ilustración 35. Ciclos de vida en estado de vacío con software Creo</i>	99
<i>Ilustración 36. Ciclos de vida en estado de lleno con software Creo</i>	99
<i>Ilustración 37. Factor de seguridad en estado de vacío con software Creo</i>	100
<i>Ilustración 38. Factor de seguridad en estado de lleno con software Creo</i>	100



INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Coeficientes a y b en función del acabado superficial</i>	21
<i>Tabla 2. Factor de confiabilidad</i>	23
<i>Tabla 3. Resultados Curva Deformación-Vida ST 52-3</i>	58
<i>Tabla 4. Resultados Curva Tensión-Vida ST 52-3</i>	61
<i>Tabla 5. Resultados en Sección I de tensión, deformación y ciclos de vida</i>	69
<i>Tabla 6. Resultados estudio estático con PTC Creo</i>	71
<i>Tabla 7. Resultados estudio fatiga con PTC Creo</i>	71
<i>Tabla 8. Criterio de Mason et al.</i>	75
<i>Tabla 9. Tensión alternante y N_d. Criterio de Lemaitre</i>	77
<i>Tabla 10. Tensión y N_r. Criterio de Lemaitre</i>	78
<i>Tabla 11. Resultados Criterio Ellyin</i>	81
<i>Tabla 12. Comparativa de las teorías de daño acumulado</i>	84
<i>Tabla 13. Resultados de los criterios analizados</i>	85
<i>Tabla 14. Comparativa de resultados de los criterios analizados</i>	85
<i>Tabla 15. Resultados momento flector del eje ferroviario en los dos estados (lleno y vacío)</i>	97



1. INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

Definimos como falla la separación de un elemento en dos o más piezas, la distorsión en geometría o si se compromete su función de diseño.

Por esto, la importancia del diseño del objeto, que implica el estudio exhaustivo tanto en su futuro uso, el estudio de los diferentes materiales posibles, así como el proceso de fabricación del objeto para optimizar en lo máximo posible en las condiciones deseadas (costo, fricción, utilidad, peso, vida, confiabilidad, seguridad, tamaño, esfuerzo, desgaste...).

El estudio en la industria de las fallas en las piezas con solicitaciones externas es necesario, pues el fallo y la fractura implica poner en riesgo vidas humanas como han ocurrido en diversos accidentes en el pasado, como es el caso del Boeing 747 de la compañía United Airlines en el año 1989 donde tuvo lugar una rotura del fuselaje [1] u otro caso como el sucedido en julio de 2008 en Colonia (Alemania) donde un eje motriz sufrió un fallo por fatiga [2].

El sector ferroviario en España es de gran importancia debido al volumen de pasajeros que transporta a lo largo del día, con sus distintas formas como son: metro, cercanías, tren de media distancia, tren de larga distancia (Alvia, AVE), como también lo es por el volumen de negocio que genera en la industria española. Esta industria dispone de empresas españolas, como CAF y Talgo, con gran presencia en el mundo por sus conocimientos tecnológicos y desarrollo, también existe mucha presencia de empresas extranjeras de gran prestigio como Bombardier, Vossloh, Alstom, Siemens, etc.

Este año se cumplen 25 años del estreno del primer tren de alta velocidad español con el estreno del trayecto Madrid-Sevilla. En España el volumen de inversión en alta velocidad hasta principios de este año fue de 45.120 millones de euros, con lo cual se puede asegurar la gran cantidad de volumen de dinero que mueve el sector ferroviario [3].

Esta industria, la cual siempre está en continua investigación y desarrollo con la búsqueda de mejoras como ahorro de gasto energético, aumento de rendimiento, mayor vida útil y un largo etc.



Ilustración 1. Tren AVE de Renfe

Como hemos dicho antes, del suceso acontecido en Colonia, es importante el análisis y estudio del eje ferroviario. El eje en un vehículo es una parte esencial pues se define como un elemento que da soporte a otros elementos además de producirse el movimiento de rotación. Por lo tanto, es una parte fundamental del diseño dentro de un vehículo, pues juega un papel fundamental como se traslada del concepto.



1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo global

El objetivo global del proyecto es el estudio teórico de un eje a fatiga con algunas de las principales teorías para la determinación del daño acumulado por fatiga. Realizando así su análisis del componente ferroviario, con el objetivo tanto de la prevención del fallo en servicio como la aplicación de la teoría que mejor se aplique al caso del eje ferroviario.

También se realiza bajo los controles de la norma UNE para el diseño de estas piezas tan importantes para el desarrollo del movimiento en el vehículo ferroviario.

1.2.2 Objetivos secundarios

Estos son:

- Estudio de las teorías de daño acumulado por fatiga.
- Definición y evaluación del daño acumulado por fatiga.
- Determinación de la vida útil y de la vida residual de un componente mecánico sometido a fatiga, en este caso, un eje ferroviario.
- Optimizar las operaciones de mantenimiento del eje ferroviario.



1.3 METODOLOGÍA

En el proyecto se va a dar una explicación de la importancia del eje ferroviario, así como la descripción y la explicación de distintas teorías sobre el daño acumulado por fatiga.

Para esto se plantea diferentes puntos:

- El estudio de estas teorías con el desarrollo y el conocimiento de estas.
- Diseño y análisis teórico de nuestro eje ferroviario como el estudio de la norma necesaria para su aplicación en uso.
- Diseño y análisis de un estudio estático a través de la aplicación PTC Creo Parametric.
- Diseño y análisis de un estudio de fatiga a través de la aplicación PTC Creo Simulate.
- Los parámetros necesarios para que un eje real cumpla con la norma de diseño mecánico de la norma.
- Análisis de estas teorías con los parámetros de diseño en nuestro modelo de estudio.
- Comparativa de las teorías aplicadas en el punto anterior.

Las teorías de daño acumulado por fatiga a estudiar en el proyecto son:

- Teoría de Miner
- Teoría de Mason
- Teoría de Lemaitre
- Teoría de Ellyin



1.4 ESTRUCTURA DEL PROYECTO

Las diferentes partes del proyecto redactado son:

- 1) Antecedentes de la teoría clásica de la fatiga y las teorías de daño acumulado por fatiga. Se da una breve explicación de los antecedentes y de las distintas teorías, así como de la descripción de las teorías de daño aplicadas y de las distintas ecuaciones que la componen.
- 2) Eje ferroviario. Una descripción sobre el diseño, las normas necesarias para aplicar su uso, un estudio estructural del eje, un estudio a fatiga y el coeficiente de seguridad.
- 3) Aplicación de las teorías de daño acumulado al caso del eje ferroviario. Una introducción y los cálculos aplicados a las distintas teorías.
- 4) Comparativa de los resultados. Comparativa a nivel teórico de las distintas teorías y comparativa de los resultados obtenidos de las teorías.
- 5) Conclusión. Breve conclusión sobre los resultados del proyecto.



2.FRACTURA, FATIGA Y TEORIAS DE DAÑO

ACUMULADO POR FATIGA

2.1 INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE LA FRACTURA

La importancia de la existencia de grietas antes de que el servicio de uso comience, y estas grietas puedan crecer durante el servicio es vital, pues es necesario saber cuánta es su tolerancia al daño, dado que el crecimiento de estas grietas puede llegar a un punto límite en el cuál sería crítico, y esa pieza debe ser retirada de su uso.

Por eso se debe estudiar, inspeccionar y mantener adecuadamente el hallazgo de estas grietas, así como su desarrollo en la pieza. Con esto, se ayuda a conseguir que el control sobre estos elementos sea capaz de asegurar tanto la seguridad del equipo como la seguridad humana. Debido esto se han desarrollado normas para su diseño y su mantenimiento.

Por eso es más importante en el diseño prevenir la aparición de estas grietas. Estas grietas pueden aparecer en un punto que sufre concentración de esfuerzo. Si en este lugar apareciera una grieta se eleva exponencialmente la posibilidad de rotura en este punto.

2.1.1 CLASIFICACIÓN DE FALLOS

- Según solicitudión:
 - Carga estática:

Definimos carga estática como la carga que, encontrándose bajo los esfuerzos de tracción, compresión, torsión, flexión o cualquier combinación, así como su punto de aplicación son invariables en el tiempo.



- Carga dinámica o variable:

En el caso de carga dinámica, estas variarían en el tiempo repitiéndose cíclicamente y se medirá tanto el número de ciclos como el esfuerzo en el cual se producen.

De hecho, la hipótesis de carga estática es una idealización que no se corresponde con la realidad, pues no existen solicitaciones que sean solo estáticas. Pero en muchas situaciones es deseable el análisis estructural de equilibrio estático, obteniéndose así soluciones que se aproximan con un bajo coste.

- Por nivel de fractura:
 - Nivel microscópico
 - Nivel macroscópico
- Tipos de fractura:

La respuesta de los materiales a las fuerzas aplicadas depende de la naturaleza del material: tipo de enlace, disposición estructural y el número y tipo de imperfecciones existentes.

Así, con las cargas aplicadas, se crea una tensión en el sólido produciéndose una deformación en el material.

- Fractura dúctil:

La fractura dúctil en un material se produce después de un periodo de deformación plástica con una estricción apreciable en el entorno de la grieta. A nivel microscópico se observa la formación de microcavidades en la superficie donde tiene lugar la fractura.

- Fractura frágil:

La fractura frágil ocurre bajo la circunstancia de una rápida propagación sobre las grietas. No existe apenas una deformación plástica visible antes de la fractura entorno a la grieta, pero sí una deformación elástica. La superficie de fractura a nivel de microscópico suelen ser lisas.



2.1.2 INTRODUCCIÓN A LA FATIGA EN METALES

El estudio se centrará en el comportamiento de componentes de máquinas que son sometidos a cargas que varían con el tiempo, es decir, en un estudio dinámico. Con esto decimos que los esfuerzos varían o fluctúan entre ciertos valores o niveles. Existen muchos casos en que estos componentes han fallado a valores bastante por debajo de su resistencia última, por sus esfuerzos variables recibidos. Lo que hace común a esta falla es la cantidad de repeticiones de los esfuerzos. A esta falla será llamada falla por fatiga.

La diferencia entre un fallo por fatiga y un fallo en estático es la deformación plástica que se produce en este segundo caso, mientras en el primero no existe ninguna señal en el componente. Este fallo es repentino y fatal, por esto es tan necesario el estudio del fallo por fatiga. El estudio es más complejo que el estático, tanto es así, que aún no se conoce con exactitud la naturaleza del daño por fatiga para así obtener modelos analíticos.

En el estudio a fatiga las tensiones producen deslizamiento progresivo a nivel atómico de los planos en el material que consecutivamente origina el aumento del tamaño de las grietas, y finalmente la rotura.

2.1.3 ESTADIOS DE LA FATIGA

Las diferentes fases que sucede son:

- Iniciación:

El periodo de iniciación se produce con el comienzo de la generación de microfisuras a través de puntos de concentración de tensiones. Es un proceso superficial provocado por el deslizamiento de carácter microscópico de granos. Son las tensiones de cortadura las que inician el fenómeno del deslizamiento de estos en un plano. La carga variable aporta mayor energía de deformación provocando mayor número de dislocaciones a nivel atómico. Esto producirá daño permanente en el material.

En el caso de rugosidades en la superficie, le dará un marcado carácter para concentrar tensiones cuando la superficie tenga esté menos lisa. A veces es posible distinguir la propagación de la grieta ciclo a ciclo a través de las líneas o estrías una vez fracturado el material. En esta zona presentará un aspecto pulido.

- Propagación:

Se establece que el cambio, cuando esa fisura producida en el inicio, paso de tener un tamaño microscópico a macroscópico. La velocidad de transición dependerá del tipo de material que, por norma general, es muy elevada ya, y además este material tiene una propagación inestable. Seguirá así hasta producirse el fallo final y por tanto la fractura del material. Las grietas seguirán avanzando por cizadallura reduciendo así su sección.

- Rotura:

El material es incapaz de resistir los esfuerzos a los que está sometido, produciéndose el fallo del material fracturándose en dos o más piezas. El hecho se producirá al tener un área de sección útil pequeña, respecto de la sección total. Esta sección útil determina el nivel de tensión. En caso de ser una sección pequeña, será que el nivel de esfuerzo a la que ha estado sometido, es bajo.

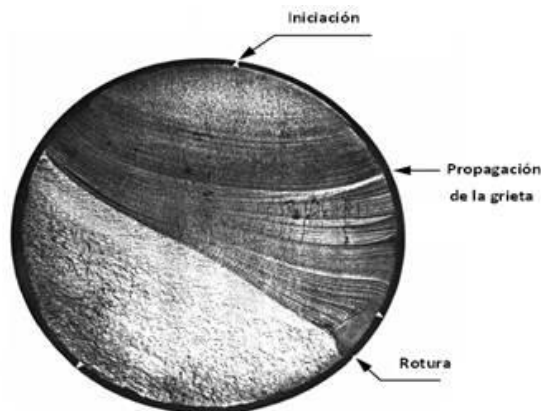


Ilustración 2. Fases rotura eje rotatorio por fatiga



2.1.4 CLASIFICACIÓN SEGÚN EL NÚMERO DE CICLOS DE TENSIÓN

- Fatiga de ciclos bajos:

La teoría de ciclos bajos (low-cycle fatigue), estudia los fenómenos que están estrechamente relacionados con el comportamiento elastoplástico.

- Fatiga de ciclos altos:

Se suele considerar convencionalmente a la alta vida de ciclos (high-cycle fatigue) a superar 1000 ciclos. La mayoría de los sistemas mecánicos se diseñan para ciclos altos o vida ilimitada.

- Vida ilimitada:

Se considera vida ilimitada o infinita a aquella que, si no se supera un valor de tensión, dará igual el número de ciclos de tensión a la cual este sometido. Este término en la actualidad no puede ser tomado en cuenta en el uso de ciclos más altos aún como los gigaciclos.

2.1.5 CURVA DE WÖHLER:

Es una herramienta para el análisis de la fatiga. Son también llamadas curvas S-N. Este tipo de curva representa la duración en ciclos de un estudio de una probeta de sección circular sometida a un esfuerzo constante de flexión mientras gira.

- Clasificación según el número de ciclos:

- Bajo número de ciclos: $N < 10^3$
- Alto número de ciclos: $10^3 < N < 10^6$
- Muy alto número de ciclos o gigaciclos $10^6 < N < 10^{10}$

2.1.6 COEFICIENTES MODIFICATIVOS DE MARIN

La necesidad de adecuar un modelo general a un modelo específico de utilización, necesita de unos coeficientes adecuados. Estos coeficientes son los de Marin y adecuan que los valores de nuestra curva de vida que es para un ensayo general.

Se utilizan como es nuestro caso, cuando no se dispone de datos experimentales para su cálculo.

A continuación, se desarrollan cada uno de esos factores.

Factor de acabado superficial K_a :

La superficie de una probeta de viga rotatoria está muy pulida y además se le da un pulido final en la dirección axial para eliminar cualquier elemento discontinuo circunferencial. El factor de modificación depende de la calidad del acabado superficial y de la resistencia última del material.

La explicación de la reducción del límite de fatiga por el acabado superficial es debido a la existencia de una mayor rugosidad en la superficie de la probeta, donde se produce un fenómeno de concentración de tensiones en la misma.

El valor de K_a se obtiene de la siguiente correlación:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b$$

Acabado superficial	Coefficiente a (MPa)	Exponente b
Pulido	1	0
Acabado fino (esmerilado, rectificado,)	1.58	-0.085
Mecanizado sin acabar/estirado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272	-0.995

Tabla 1. Coeficientes a y b en función del acabado superficial

Factor de tamaño K_b :

Los diámetros de las probetas normalizadas de los ensayos son de 7.5 y 12.5 mm. Obviamente, los ejes que se quieran estudiar pueden tener valores de diámetro muy diferentes, presentándose la tendencia general que, cuanto mayor es el diámetro, menor es el límite de fatiga. Para el cálculo de este factor de tamaño se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- a) En el caso de carga axial, según algunos autores $K_b = 1$ para cualquier diámetro. Sin embargo, para otros se tiene que:

$$K_b = 1 \quad d < 10 \text{ mm}$$

$$K_b = 0.6 - 0.7 \cdot d \text{ (según excentricidad)} \quad d \geq 10 \text{ mm}$$

- b) En el caso de que la probeta está sometida a flexión o a torsión, el factor de tamaño se calcula por medio de las siguientes ecuaciones, en función del diámetro:

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$$

$$K_b = 1.181 \cdot d^{-0.097} \quad 52 \leq d \leq 250 \text{ mm}$$

- c) Por último, puede darse el caso de que el elemento mecánico sometido a estudio no tenga sección circular, en este caso, se procede a calcular el diámetro efectivo. Este diámetro efectivo se determina a partir de $A_{0.95}$ que se define como: el área limitada por los puntos de la sección que en algún momento están sometidos a una tensión mayor o igual que el 95% máximo absoluto.

Teniendo en cuenta que el área de 95% de esfuerzo de una sección circular de diámetro d_e sometida a flexión rotatoria, viene dada por:

$$A_{0.95} = \frac{\pi}{4} [d_e^2 - (0.95 \cdot d_e)^2] = 0.0766 \cdot d_e^2$$

Igualando las dos expresiones, se obtiene el diámetro efectivo:

$$d_e = \sqrt{\frac{0.05}{0.076} \cdot h \cdot b} = 0.808 \sqrt{h \cdot b}$$

Con el cálculo del diámetro efectivo se calcula el factor de tamaño con las correlaciones anteriores.

Factor de confiabilidad K_c :

Como se comenta, es importante el carácter de probabilidad de los ensayos para la obtención de las curvas, por esta razón, existe un coeficiente modificativo para la confiabilidad para cuantificar la probabilidad de fallo.

Los valores de K_c en función de la confiabilidad se presentan en la siguiente tabla:

Confiabilidad	Factor de confiabilidad K_c
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

Tabla 2. Factor de confiabilidad

Factor de temperatura K_d :

La temperatura modifica las propiedades mecánicas de los materiales, además de las resistencias a fluencia, fatiga y última. Las correlaciones válidas para el cálculo son las siguientes:

$$K_d = 1$$

$$T \leq 450^\circ C$$

$$K_d = 1 - 5,8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450)$$

$$450^\circ C \leq T \leq 550^\circ C$$

Factor de concentración de tensiones K_e

Al existir en numerosos elementos mecánicos las zonas que tienen agujeros, ranuras, chavetas, muscas, cambios de sección u otras discontinuidades que alteran la distribución del esfuerzo. La forma de obtener el coeficiente de K_e es a través de las siguientes expresiones :

- \mathfrak{R}_f = factor de reducción de la resistencia en caso de fatiga
- q = factor de sensibilidad a las ranuras (depende del material)

$$K_e = \frac{1}{\mathfrak{R}_f}$$

$$q = \frac{\mathfrak{R}_f - 1}{K_t - 1}$$

El método para adquirir el factor de concentración de tensiones es el sucesivo:

1. Cálculo de K_t por la configuración geométrica, o bien por las siguientes tablas según la necesidad del problema:

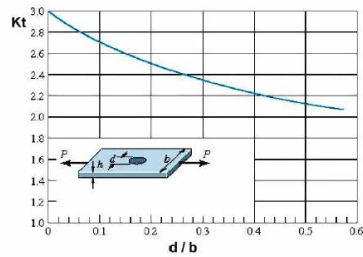


Ilustración 3. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con un agujero transversal

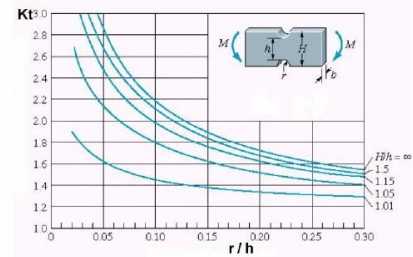


Ilustración 6. Barra de sección rectangular en flexión con dos muescas o recortes circulares

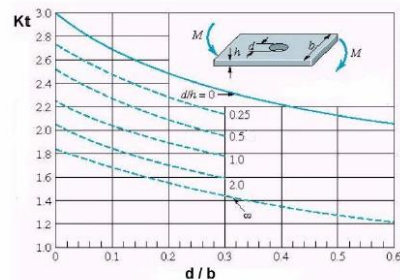


Ilustración 4. Barra de sección rectangular en flexión simple con un agujero transversal

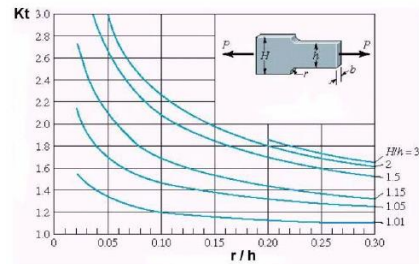


Ilustración 7. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simple con estrechamiento y entalles

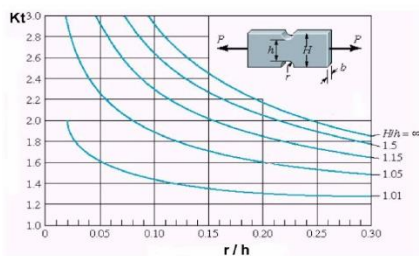


Ilustración 5. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simple con dos muescas o recortes circulares

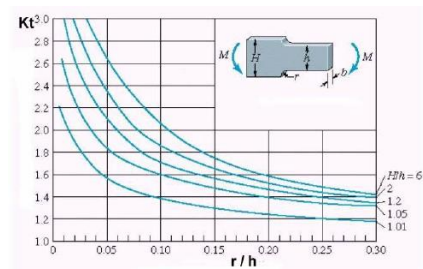


Ilustración 8. Barra de sección rectangular en flexión con estrechamiento y entalles

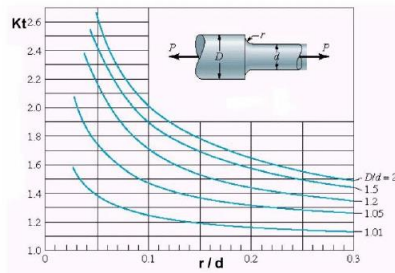


Ilustración 9. Barra de sección circular en tracción con estrechamiento y entalles

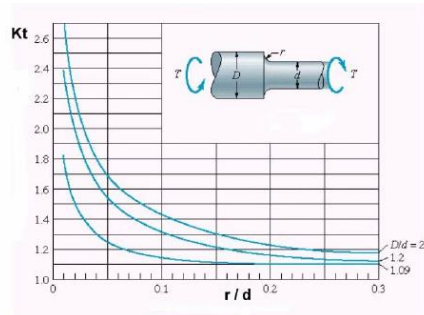


Ilustración 10. Barra de sección circular en torsión con estrechamiento y entalles

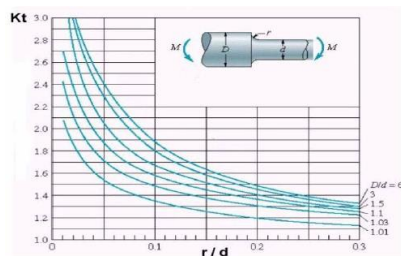


Ilustración 11. Barra de sección circular en flexión con estrechamiento y entalles

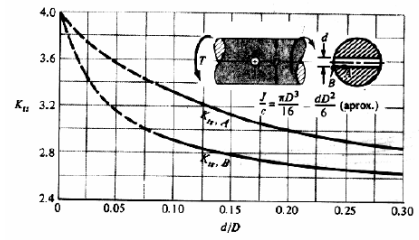


Ilustración 12. Barra de sección circular en torsión con un agujero transversal

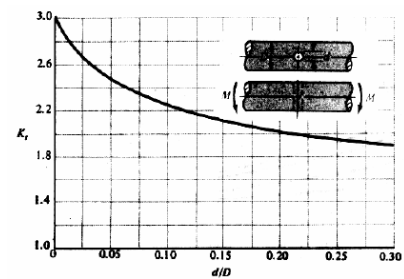


Ilustración 13. Barra de sección circular en flexión con un agujero transversal

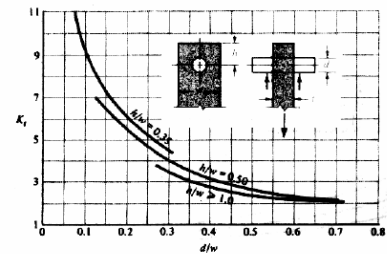


Ilustración 14. Placa cargada en tensión con un pasador en agujero transversal

2. Especificando el material obtenemos q

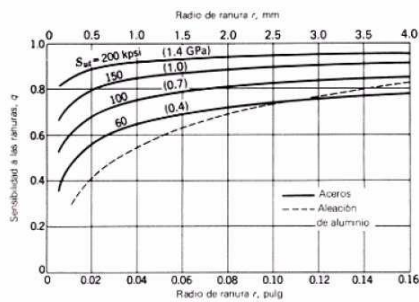


Ilustración 15. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de flexión y axiales alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r=4\text{mm}$

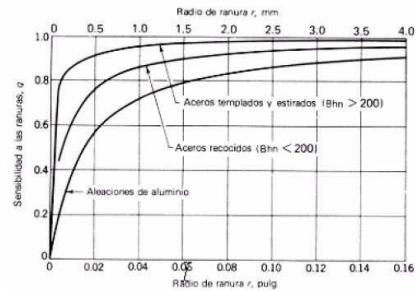


Ilustración 16. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de torsión alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r=4\text{mm}$

3. Por medio de las ecuaciones preliminares obtenemos R_f
4. Obtención de K_e

Factor de efectos diversos K_f

Este factor se utiliza para modificar el valor en función de las características no analizadas aún y que pueden afectar al valor final. Es necesario estudios experimentales para su cuantificación. A continuación, se nombran los más importantes:

- Efectos residuales o remanentes
- Efectos de corrosión
- Características direccionales
- Recubrimiento electrolítico
- operacionales
- Corrosión por apriete (fretage)
- Efectos del temple superficial

2.1.7 ESFUERZOS FLUCTUANTES

Entre los componentes mecánicos donde existen cargas dinámicas aparecen esfuerzos variables con un patrón sinusoidal. Este hecho viene dado por la existencia de movimientos rotativos del componente mecánico. Para conocer esta pauta es necesario conocer las fuerzas máximas y mínimas. A partir del conocimiento de estos valores podemos decir:

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2}$$

$$F_a = \left| \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \right|$$

Las componentes del esfuerzo, con conocimiento de los valores anteriores, son:

- σ_{min} = Tensión mínima
- σ_{max} = Tensión máxima
- σ_a = Tensión alternante, amplitud de la tensión
- σ_m = Tensión media
- σ_r = Intervalo total de tensión
- σ_s = Tensión estática o estacionaria

Estos componentes pueden verse en la siguiente ilustración:

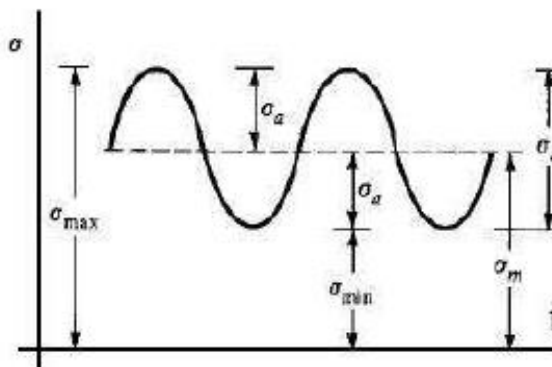


Ilustración 17. Ejemplo de una onda sinusoidal

Para continuar necesitamos estudiar este tipo de tensiones fluctuantes descomponiendo los componentes medio y alternante de la siguiente forma:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right|$$

La tensión media es el estado de carga constante y la tensión alternantes siendo la amplitud de la carga. Y su estado tensional es la superposición de estos dos componentes. La existencia de una tensión media producirá una disminución de los valores de resistencia.

2.1.8 MÉTODOS DE ANÁLISIS CON ESFUERZO MEDIO NO NULO

Este caso es bastante común entre los elementos mecánicos. Para ello, para calcular la influencia de la tensión media no nula se necesita calcular mediante teorías empíricas para determinar el fallo. Los criterios empíricos más relevantes son:

2.1.8.1 CRITERIO DE GOODMAN

Goodman nos describe la relación por la variación de la resistencia alternante con la tensión media mediante una línea recta pasando por los puntos $(0, S_f)$ y $(S_{ut}, 0)$. Esto significa que el valor del componente alternante para fallo a N ciclos es S_f , y para la tensión alternante nula, la resistencia media o el valor de la tensión media para el fallo es el componente S_{ut} .

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

2.1.8.2 CRITERIO DE SODERBERG

Esta relación, al igual que Goodman, también sigue una recta pero con la diferencia de que el fallo para la tensión media es igual a S_{yt} .

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{yt}} = 1$$

2.1.8.3 CRITERIO DE GERBER

Este criterio no es lineal, a diferencia de los dos anteriores. Supone la variación de los dos componentes de la tensión (media y alternante) mediante una parábola.

$$\frac{S_a}{S_f} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$



2.2 ANTECEDENTES Y ESTADO ACTUAL

2.2.1 ANTECEDENTES DE LA FRACTURA MECÁNICA

Desde la antigüedad ya se había constatado que los materiales se rompían más fácilmente bajo cargas variables que con cargas constantes. Sin embargo, no es hasta la década del 1830 cuando se comienza a examinar este aspecto de la conducta del material.

Fue la impulsión y extensión del ferrocarril lo que inicio el estudio de este fenómeno. Se observó que las tensiones variables producían un cierto deterioro o daño en el material. También se observó el efecto negativo en la duración de elementos mecánica con muescas u otros elementos con concentración de tensión.

Los primeros estudios sobre la teoría de fatiga fueron publicados por Wilhelm August Julius Albert en Alemania hacia 1837. Observó y estudió el fallo de las cadenas de arrastre en las minas de hierro con pequeñas cargas repetidas. Su conclusión fue que el fallo no dependía de una sobrecarga accidental sino de la carga que se le sometía, así como el número de repeticiones de ciclos de la carga.

Ya en 1842 en Gran Bretaña, William John Macquorn Rankine analizó y reconoció las posibles causas de las fallas por fatiga en los ejes, principalmente estudio los ejes ferroviarios. Demostró la importancia de la concentración de tensión en un punto a través del crecimiento de una grieta en el punto donde existía esta concentración. Con la reducción de la concentración de tensiones se aumentaba sensiblemente la vida de los ejes. En 1943, Joseph Glynn confirma la hipótesis de Rankine ante la desacreditación por parte de la comunidad de ingenieros.

En 1854 en Gran Bretaña, John Braithwaite usa por primera vez el término fatiga y analiza la teoría de cristalización.

En 1860 se presenta el análisis de fatiga sistemática en laboratorio realizado por el alemán August Wöhler a partir de probetas y ejes ferroviarios. Trabajó con diferentes máquinas de ensayo, la más conocida fue “la probeta rotatoria”. Esto daría lugar a Curvas de Wöhler. Observó que la falla tenía un valor inferior que el límite de rotura estática y también inferior al límite de fluencia en el caso de materiales dúctiles.



Johann Bauschinger en 1886 en Alemania propone el efecto de variación del límite de proporcionalidad debido a la aplicación repetidas de tensiones. En 1903, James Alfred Ewing demuestra el origen del fallo por fatiga a nivel microscópico a través de las líneas de deslizamiento demostrando que era incorrecta la teoría de cristalización.

En EEUU O.H. Basquin en el año 1910 planteó una ecuación (ecuación de Basquin) para la relación logarítmica de las curvas observadas por Wöhler. Las cuales aún se usan hoy en día.

Palmgren realiza un estudio sobre el daño acumulativo a través de la fatiga en la vida del material en 1924. En 1945, Miner también estudia el daño acumulativo a través de la fatiga en la vida del material, pero con independencia de Palmgren, aunque luego la teoría tiene el nombre de ambos. Fue el primero en expresar el concepto en forma matemática.

Goodman/Soderberg en 1930, estudian por separado la influencia de los esfuerzos medios en el diseño a través de la fatiga.

Manson y Coffin en 1950, divulgan de manera independiente el análisis de fatiga basados en conceptos locales de la amplitud de deformación plástica en ciclos bajos.

En 1961 Paris publica la ley de Paris que plantea el crecimiento de las grietas por fatiga. Utilizándose se puede analizar una previsión cuantitativa sobre la vida residual.

2.2.2 HISTORIA DE TEORIA DE DAÑO

La historia de daño mecánico empieza en el siglo XX, como se escribe la evolución a continuación [4]:

- Trabajos anteriores a los años 1970

La historia de origen de los modelos de daño por fatiga data de los años 1920. Las teorías desarrolladas a partir de estos años hasta los 1970 se basan en tres conceptos:

- 1) El concepto de suma linear del daño por fatiga en 1924 por Palmgren.
- 2) El cambio del límite de resistencia como medida para el daño por Kommers en 1938.



- 3) En 1937, Langer propuso separar el proceso en dos estados: inicio de la grieta y propagación de esta.

Fue la principal línea de desarrollo a partir de la ley de daño de Miner. Algunos de los principales exponentes en esta época fueron las teorías desarrolladas por: Manson, Bilir, Marco y Starkey, Shanley, Paris, etc. Estas teorías se pueden clasificar en cinco grupos:

- Aproximación de curva de daño
- Aproximación por resistencia límite
- Aproximación con la modificación de la curva S-N
- Aproximación de daño a través de dos etapas
- Aproximación a través del crecimiento de la grieta

- Aproximación por mecánica de daños continuos

La abreviatura en inglés es CDM. Trata del comportamiento mecánico de un medio deteriorado en una escala continua. El origen de esta aproximación fue desarrollado por los estudios de Kachanov y Rabotnov. Este método se puede aplicar a modelos de daño plástico en material dúctil, en interacción de fluencia-fatiga, en fractura frágil y en daño en situación de fatiga. Además de usarse en materiales metálicos puede usarse en otros materiales como polímeros. Chaboche y Krajcinovic escribieron de características del CDM y sus aplicaciones.

El concepto de CDM utiliza el concepto de la tensión principal como efecto directo en el modelo. Algunas teorías basadas en este concepto son: Lemaitre y Chaboche, Wang y Lou, Li, etc.



- Teorías de daño basadas en energía

Desde el conocimiento entre la histéresis de energía y el comportamiento de fatiga por Inglis en 1927. Varios estudios basados en el criterio de la energía de deformación fueron realizados por Morrow y Halford en los años 1960.

El desarrollo y trabajo de las teorías de daño acumulativo basadas en este modelo han avanzado a partir de los 70. Con personas como Zuchowski, Budiansky y O'Connell se ha propuesto los parámetros de daño de la energía. Glinka conjuntó el análisis de la acumulación de daño con la energía de deformación.

Kujawski y Ellyin desarrollaron un modelo de daño basado en la densidad de energía de deformación plástica como parámetro. Más tarde, Golos y Ellyin modificaron la teoría de energía de deformación plástica por un nuevo modelo de energía de deformación total por la baja precisión de la primera, pues a rangos de altos ciclos la deformación plástica era de un valor muy bajo y no daba resultados correctos.

Otros ejemplos son la teoría de Leis, donde propuso la dependencia energética basada en la historia no lineal con el parámetro de daño a fatiga. También el modelo de Niu donde relaciona el coeficiente de endurecimiento del ciclo de deformación con el ciclo siendo este de un valor variable.

2.3 TEORIA DE DAÑO ACUMULATIVO

Cuando la variación de cargas de amplitud no necesariamente constante durante la vida de un objeto, es decir, están sometidas a fatiga producen como consecuencia un fenómeno en la estructura material conocido como daño acumulado. Esto sucede cuando a nivel estructural se producen devaluaciones ante las solicitaciones en el objeto.

Este nivel de daño será la acumulación de una historia de cargas. También necesitamos considerar si existe un pre-daño en el material.

El incremento de daño es en función del estado actual de daño, el parámetro de control del proceso de fatiga, la historia anterior, el incremento del ciclo y algunas propiedades del material. El concepto de daño acumulativo es fácil de comprender, pero no así su evaluación.

2.3.1 DEFINICION GRÁFICA DE DAÑO ACUMULADO

Considerando una sección de un elemento de volumen finito donde existan inhomogeneidades en su interior, vemos su sección total S y su sección efectiva de resistencia \tilde{S} . Su sección total es el área de la sección considerada y la sección efectiva de resistencia es el área donde existe concentraciones de los esfuerzos que soportan la carga.

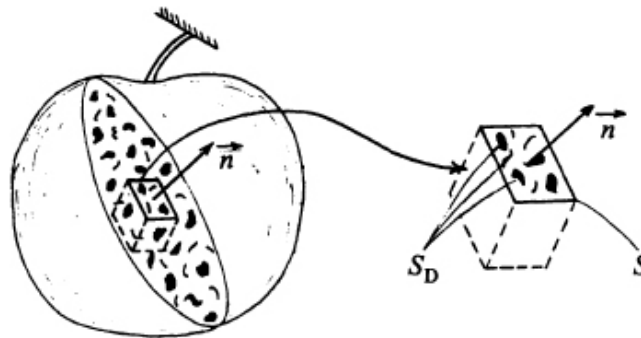


Ilustración 18. Ejemplo en un elemento de daño

Entonces definiremos como área total dañada S_D como la suma de todas la áreas donde existen defectos y microgrietas incapaces de soportar esfuerzo. También es la diferencia del valor del área de la sección total menos el valor de la sección efectiva de resistencia.

$$S_D = S - \tilde{S}$$

Entonces por definición de daño:

$$S_D/S = D_n$$

El valor de D_n puede alcanzar valores comprendidos entre 0 y 1. Estos valores tienen el siguiente significado:

- $D_n = 0$, corresponde a un elemento sin daño alguno, es decir, en un estado virgen
- $D_n = 1$, corresponde a un estado de fractura del elemento
- $0 \leq D_n < 1$, describe el estado de daño del elemento

2.3.2 TENSIÓN EFECTIVA

Con la introducción de la variable de daño, existe variaciones de densidad en la superficie a causa de las discontinuidades en el material, dando lugar al concepto de tensión efectiva. Esta tensión será proporcional al valor de la sección que pueda resistir los esfuerzos.

2.3.3 ANÁLISIS DE MULTIPLES CARGAS

Una historia de cargas es una secuencia de diferentes niveles de cargas de manera cuantitativa en un periodo de tiempo. Un bloque de cargas será aquel donde se repite la secuencia entrando así en un bucle. El orden de las cargas podría establecerse considerando los circuitos parciales introducidos en la secuencia de tiempo de la carga.

La preferencia debe ser introducir primero la carga más grande, produciendo así un cálculo de vida más conservador. Aunque este hecho dependerá del analista, los métodos de análisis y la flexibilidad del procedimiento.

Para el uso de análisis del historial de cargas es deseable seleccionar una historia en particular para usarla uniformemente a lo largo del desarrollo del tratamiento del análisis.

2.4 TEORIA DE MINER-PALMGREN

La definición más básica de daño fue realizada por Palmgren-Miner conocida como la regla de Palmgren-Miner o regla lineal de acumulación de daño. De acuerdo a esta regla, el daño que la pieza sufre bajo la acción de una amplitud del esfuerzo sometido cíclicamente es directamente proporcional al número de ciclos a los realizados por esa amplitud de tensión.

Es decir, que si la amplitud de tensión σ_a produce una rotura en un número determinado de ciclos N_i con un valor de daño D , el daño d_i en un número de ciclos n_i será proporcional como demuestra la siguiente ecuación:

$$\frac{n_i}{N_i} = \frac{d_i}{D}$$

Como las leyes lineales de daño acumulativo suponen que en primer lugar los daños parciales producidos por los diferentes bloques se superponen. La rotura solo se producirá si el sumatorio de estos daños parciales llega al valor de rotura verificándose si:

$$D > \sum_{i=1}^f d_i$$

Podemos decir de la anterior ecuación que los valores entre los que está comprendido el daño es 0 y 1. Diciendo que su valor de daño es 0 si no sufre ningún daño alguno y el valor 1 será el valor de daño máximo y por lo tanto sufre rotura segura.

Despejando estas dos ecuaciones obtenemos una en la que no participa el daño resultando:

$$1 > \sum_{i=1}^f \frac{n_i}{N_i}$$

Como observamos, la regla de Palmgren-Miner es de carácter lineal, siendo esta definición la más simple y también la más utilizada por su facilidad de uso.

Por lo tanto, decimos que la definición de daño es difícil de precisar y de cuantificar ya que tenemos bastantes métodos para ello y todos distintos basándose en los conceptos usados por su autor.



2.5 TEORIA DE S.S. MASON

Mason intentó la cuantificación del daño acumulado separadamente entre los dos estados. Esto hizo que obtuviese unas reglas doblemente lineales de daño, también conocida como DLDR (double linear damage rule). Esta la definió en 1965 separando los criterios de estados en la vida del material de *iniciación* y *propagación*.

La razón de este fraccionamiento de la vida total fue la diferencia de nivel es la diferencia de nivel en la iniciación era diferente para cada nivel de vida, siendo menor para el nivel de vida más bajo.

Este concepto de separar el daño a fatiga en dos términos fue avanzado por Horace Grover en 1960. Pero no pudo concluir en una definición cuantitativa en el hecho de observación de los términos de iniciación y propagación. Fue entonces cuando Mason ya si definió los términos.

Esta teoría es conocida como DLDR de Mason et al. [5][6]. Basado en los datos de los que disponía, él propuso que los ciclos de propagación se definen con:

$$N_p = 14(N_f)^{0.6}$$

Siendo:

- N_p : los ciclos de propagación
- N_f : los ciclos de su vida completa

Resultando así los ciclos de inicio como la diferencia de los ciclos totales menos los ciclos de propagación:

$$N_i = N_f - N_p = N_f - 14(N_f)^{0.6}$$

Siendo:

- N_i : los ciclos de inicio



Definió el estado de *inicio* como el inicio de la fractura física de la grieta. El fallo ocurre después de la suma secuencial lineal de la regla lineal de daño (LDR) aplicado la vida del esta de inicio. Luego se realizará en el estado de vida de la propagación. Cada estado ha de alcanzar el valor de la unidad.

Según los resultados alcanzados por Mason, el tamaño de la fractura que constituye el periodo de iniciación es definido como una grieta de valor de 0,076 mm en el interior o 0,254 mm a lo largo de la superficie. Cuando se alcance uno de estos valores comenzará el estado de propagación.

Este concepto inicial del DLDR, es un concepto valido y con potencial, pero de conceptos físicos rígidos. Es decir, no nos proporcionaría los mejores valores por falta de flexibilidad en los codos de las dos etapas (iniciación y propagación). Por ello necesitamos una modificación del concepto de DLDR.

2.6 TEORIA DE J. LEMAITRE Y R. DESMORAT

2.6.1 INTRODUCCIÓN

Jean Lemaître describe que un material es libre de daño ante la ausencia de grietas a nivel de escala microscópico. Lemaître junto Laboche [7] desarrollaron la teoría donde predijeron que el deterioro del material al que llamamos daño se produce con el desarrollo a distintas escalas:

- Atómica: Las propiedades mecánicas de los materiales están determinadas por los átomos o moléculas constituyentes, su matriz y el tipo de fuerzas interatómicas o intermoleculares entre ellas. El daño de los materiales en la escala atómica es inducido por la separación de estos enlaces interatómicos o intermoleculares.
- Microscópica: Cuando un material se observa en una cierta escala, aunque el campo visual tiene una estructura discontinua en su conjunto, puede haber regiones en parte continuas en el material. Este nivel de escala se llama generalmente la microescala. Así, los daños microescala, es decir, daño microscópico, se encuentra en microcavidades,



microfisuras, o en la decohesión en microestructuras de materiales. La ruptura de fibra y la decohesión de la interfase de fibra-matriz en materiales compuestos reforzados con fibra son ejemplos del último caso.

- Mesoscópica: Los materiales en la actualidad contienen varias discontinuidades microscópicas, por ejemplo, microcavidades, microfisuras, granos de cristal o inclusiones. Consideramos una pequeña región de una escala apropiada alrededor de un punto arbitrario de un material. Si el valor que representa una propiedad mecánica o un estado mecánico del material promediado sobre la región pequeña puede expresarse como una función continua de la posición del punto material, entonces el material puede idealizarse como un continuo. Luego, se dice que la escala de la región es mesoescala.
- Macroscópica: Si cada punto de un material puede ser visto como un punto material en un continuo, la escala de la observación se llama macroescala. Se puede suponer que el material de esta escala consiste en un punto material distribuido continuamente en el material, y la densidad del material, así como las magnitudes físicas relevantes pueden definirse en el material. Un ejemplo de daño en la macroescala es una grieta en los materiales de tamaño suficientemente grande.

El estado de daño final es la fractura del elemento de volumen, es decir, la existencia de una fisura a nivel de escala macroscópico con un valor estimado en metales de 0,1-1 mm. Es decir, la teoría del daño describe la evolución de los fenómenos entre el estado inicial donde no existen grietas y la iniciación de esta a nivel macroscópico. Esta evolución no es siempre distinguible de los fenómenos que la acompañan como es el caso de la deformación.

No existe casi nada que a nivel macroscópico distinga un elemento de volumen dañado de otro que no. Por lo tanto, para realizar su análisis es necesario imaginar unas variables internas que representen esa deterioración del material.

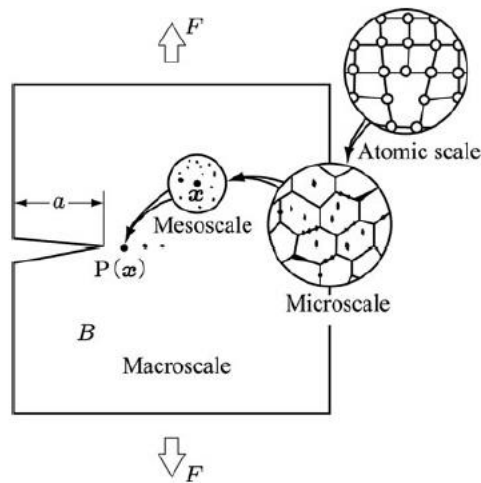


Ilustración 19. Grieta vista desde distintas escalas

Lemaitre sigue el enfoque de la escuela de pensamiento de Rabotnov donde las mediciones mecánicas globales (modificación de propiedades elásticas, plásticas o viscoplásticas) son más fáciles de interpretar en términos de variables de daño utilizando el concepto de tensión efectiva.

El fenómeno de daño representa las discontinuidades en forma de microrroturas o cavidades. Al igual que en la deformación la causa inicial es el movimiento y la acumulación de dislocaciones en el metal, modificándose así la estructura intermolecular.

El daño es de carácter mayormente irreversible, solo los tratamientos térmicos pueden eliminar parcialmente los defectos causados por el sometimiento a cargas a través del uso.

Esta ley sirve para distintos modelos:

- Daño dúctil: si la deformación es dominada por la plasticidad
- Daño por fluencia o viscoplástico frágil: si la deformación viene dada por la ley de viscosidad
- Fatiga: si la deformación es calculada a través de la plasticidad cíclica, es decir, la repetición de esfuerzos en función del número de ciclos

Desde el punto de vista físico, la repetición de variadas tensiones induce al material a deformaciones plásticas alternantes los cuales producen microtensiones internas responsables de microdecohesiones. Las microgrietas que han tenido lugar en el interior iniciando el desarrollo de los cristales a lo largo de los granos limítrofes, dependen de los materiales y de las cargas. Tanto la deformación plástica como la tensión son participes en el desarrollo de las fracturas. Con estas variables podemos obtener la ley de daño unificado para ser capaces de establecer un modelo para fatiga en ciclos bajos y directamente a través de los conceptos acumulados por la deformación plástica y energía elástica.

Sin embargo, la variable principal es el rango de deformación plástica como fue publicado antes por Mason y Coffin en su ley Manson-Coffin.

2.6.2 CALCULO RÁPIDO DE FALLOS Y LEY DE EVOLUCIÓN DE DAÑO

En fatiga de bajos ciclos si se conoce el estado estacionario de deformación plástica en el punto crítico de una estructura que se carga periódicamente, no es necesario realizar un cálculo complejo para la obtención de un valor aproximado del número de ciclos que conduce al comienzo de grietas de tamaño mesoscópico. Además, si la zona plástica está localizada, existe la posibilidad de obtener el rango de deformación plástico a partir de un cálculo con solo las variables elásticas y una corrección. Para que sea rápido el cálculo del daño es necesario utilizar la hipótesis de que sea un material isotrópico.

Ley de evolución de daño de Lemaitre [8]:

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{p} \quad \text{si } p \geq p_D$$

- \dot{D} : es el daño
- Y : es la energía de deformación elástica
- S : es el esfuerzo
- \dot{p} : el daño gobernado por la plasticidad
- s : exponente de daño
- p : deformación plástica

- p_D : límite de deformación plástica acumulada por daño, que es diferente según su estado: estática o cíclica

$$p_D = \varepsilon_{pD} \quad \text{para cargas estáticas}$$

$$p_D = \varepsilon_{pD} \frac{\sigma_u - \sigma_f}{\frac{\sigma_{eq\ max} + \sigma_{eq\ min}}{2} - \sigma_f} \quad \text{para cargas cíclicas}$$

- ε_{pD} : umbral de deformación plástica en tracción pura

Donde, la energía de deformación elástica se define:

$$Y = \frac{\tilde{\sigma}_{eq}^2 R_v}{2E}$$

- σ_{eq} : tensión equivalente hallada por Von Mises
- E : módulo elástico del material
- R_v : función triaxial

$$R_v = \frac{2}{3} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2$$

2.6.3 RESOLUCIÓN NUMÉRICA PARA CICLOS UNIAXIALES

El número de ciclos hasta el fallo es la suma de dos partes: el número de ciclos N_0 hasta que se alcanzan p_D para la nucleación de la microgrieta y el número de ciclos N_D durante ocurre el daño. Por lo tanto:

$$N_R = N_0 + N_D$$

Donde N_0 debe ser calculada por las ecuaciones constitutivas clásicas de elastoplasticidad sin acoplamiento de daño, ya que en ese periodo el daño es nulo. Considerando que después de algunos ciclos, el proceso es estable, el valor de N_0 es:

$$N_0 = \frac{p_D}{2\Delta\epsilon_p}$$

Para la obtener el daño frente al número de ciclos integramos:

$$\frac{\delta D}{\delta N} = \int_{1 \text{ ciclo}} \dot{D} \delta t \approx \left(\frac{\sigma_{max}^2}{2ES} \right)^s \int_{1 \text{ ciclo}} \dot{p} \delta t$$

$$\frac{\delta D}{\delta N} = \left(\frac{\sigma_{max}^2}{2ES} \right)^s 2\Delta\epsilon_p$$

Pero para calcular esta ecuación también debemos incluir el daño existente en el material sustituyendo:

$$\sigma = \bar{\sigma} (1 - D) \quad y \quad \bar{\sigma} = \frac{\Delta\sigma}{2}$$

E igualando el valor s a la unidad para simplificar los cálculos. Resolviendo en la anterior ecuación:

$$\frac{\delta D}{\delta N} = \frac{\Delta\sigma_{max}^2}{4ES (1 - D)^2} \Delta\epsilon_p$$

Y asumimos que la existe una relación entre $\Delta\epsilon_p$ y $\Delta\sigma$, pudiendo derivar numéricamente con las ecuaciones constitutivas de deformación-daño, queda:

$$\Delta\epsilon_p = \left[\frac{\Delta\sigma}{K_p (1 - D)} \right]^M$$

- K_p : parámetro del material
- M : parámetro del material

Por lo tanto, la ecuación que relaciona daño con número de ciclos es:

$$\frac{\delta D}{\delta N} = \frac{(K_p \Delta\epsilon_p^{1/M})^2}{4ES} \Delta\epsilon_p = \frac{K_p^2}{4ES} \Delta\epsilon_p^{(M+2)/M}$$

$\Delta\epsilon_p$ siendo constante durante todo el proceso de daño, el daño será lineal con N :



$$D = \int_{N_0}^N \frac{\delta D}{\delta N} \delta N = \frac{K_p^2}{4ES} \Delta \varepsilon_p^{(M+2)/M} (N - N_0)$$

El número de ciclos hasta el fallo se alcanzan en $D = D_c$, donde D_c es el valor crítico de daño que es igual a la unidad, además sustituimos en la ecuación con el valor $N_0 = \frac{p_D}{2\Delta \varepsilon_p}$:

$$D_c = \frac{K_p^2}{4ES} \Delta \varepsilon_p^{(M+2)/M} \left(N_R - \frac{p_D}{2\Delta \varepsilon_p} \right)$$

Entonces la relación del número de ciclos hasta el fallo es:

$$N_R = \frac{p_D}{2\Delta \varepsilon_p} + \frac{4ESD_c}{K_p^2} \Delta \varepsilon_p^{-(M+2)/M}$$

2.6.4 CICLOS ALTOS LEMAITRE-DESMORAT

Para el estudio de los ciclos altos se considera cuando los ciclos de cargas inducidos son de un valor muy por debajo de la tensión de elástica. Por lo tanto, el número de ciclos cuando se inicia la mesogrieta es alto del orden de 10^5 .

La deformación plástica no suele poder ser medido a nivel de mesoescala, pero la disipación existe a nivel de microescala lo que induce al fenómeno de daño.

La principal causa de la fatiga a alto ciclos son las vibraciones de gran longitud con una tensión media de valor cero o cuando la amplitud es pequeña con una tensión media grande.

La segunda causa son las concentraciones de tensión. Solo pueden ser calculados a nivel de análisis elástico el coeficiente del valor de tensión. Luego, el riesgo del fallo del ciclo alto por este sentido es de tener en cuenta pues reduce enormemente el valor de calcule en diseño.

El límite a fatiga, es el límite donde si el esfuerzo es inferior no sufrirá daño por fatiga. El valor histórico es que el límite a fatiga es una asíntota. Pero en la actualidad se conoce que este valor puede llegar a un número de ciclos de valor mucho mayor al 10^6 , pues existen estudios donde se conocen valor de 10^{12} .

Para rangos donde la tensión es pequeña, la curva es quasi-asintótica que significa una pequeña variación de la tensión correspondiente la larga variación en el número de ciclos para la ruptura. De hecho, si la tensión media es distinta de valor cero, el valor a fatiga se reduce más.

Por todo esto, esta teoría de Lemaitre y Desmorat [9][10] es más eficaz para el cálculo del número de ciclos en función del daño.

El daño puede iniciarse antes de un número de ciclos N_D cuando el daño alcanza el valor de desarrollo a nivel de microescala.

$$p_D = \epsilon_{pD} \cdot \left(\frac{\sigma_u - \sigma_f^\infty}{\Delta\sigma_\Sigma^\mu / 2 - \sigma_f^\infty} \right)^m = \epsilon_{pD} \cdot \left(\frac{G}{C_y} \right)^m \cdot \left(\frac{\sigma_u - \sigma_f^\infty}{\Delta\sigma/2 - \sigma_f^\infty} \right)^m$$

Por la tanto el daño cuando no existe el microdaño expresado en número de ciclos es:

$$N_D = \frac{p_D}{2 \left| \Delta\epsilon_{p\Sigma}^\mu \right|}$$

Uniendo las ecuaciones de la relación de ciclos:

$$N_D = \frac{1}{4} \epsilon_{pD} \cdot \frac{G^{m+1}}{C_y^m} \cdot \frac{(\sigma_u - \sigma_f^\infty)^m}{(\Delta\sigma/2 - \sigma_f^\infty)^{m+1}}$$

La fórmula para el número total de ciclos es:



$$N_R = N_D + \left[\frac{3ES}{\sigma_f^{\infty 2} (1 + \nu)} \right]^s \cdot \frac{G D_c}{2 \Delta \sigma - 2 \sigma_f^{\infty}} \quad \text{para caso uniaxiales}$$

Para casos de acumulación de daños con dos cargas sucesivas con diferentes rangos de tensión.

$$\frac{n_1}{N_{R1}} + \frac{n_2}{N_{R2}} \frac{1 - \frac{N_{D1}}{N_{R1}}}{1 - \frac{N_{D2}}{N_{R2}}} = 1 \quad \text{si } n_1 \leq N_{D1}$$
$$\frac{n_1}{N_{R1}} \frac{N_{D2}}{N_{D1}} \frac{N_{R1}}{N_{R2}} + \frac{n_2}{N_{R2}} = 1 \quad \text{si } n_1 > N_{D1}$$

2.7 TEORIA DE ELLYIN

2.7.1 INTRODUCCIÓN

Ellyin propuso una manera diferente para parametrizar el valor del daño, a través de la densidad de la energía de deformación cíclica. Esta forma de densidad de energía combina la densidad de energía de deformación plástica, ΔW^p , y la energía de deformación elástica asociada con el modo de tracción que ayuda a la propagación de las grietas. Esto se denomina energía de densidad total de deformación, ΔW^t .

Esta teoría tiene unas características deseables como ser estable con el concepto de iniciación de la grieta como su posterior propagación. También unifica los regímenes de fatiga de ciclo bajo y ciclo alto, facilitando así el uso de este método de resolución.

El efecto de la tensión/deformación media no puede ser incorporado directamente en la determinación de la densidad de energía de la deformación plástica. Sin embargo, este factor influye en la vida de fatiga, especialmente en las amplitudes más bajas de tensión/deformación.

El concepto de densidad de energía de deformación como criterio de daño de material es defendido por diferentes personas como Kujawski, Golos o Sih.

En este análisis se incluyen tanto las etapas de inicio de la grieta como la de la propagación de esta como proceso de sometimiento a un estado de fatiga. Para la fase de propagación de la grieta, el método a tiene en cuenta que la historia de carga es por debajo del límite a fatiga. Este enfoque no permite predecir la vida restante de un material cuando se somete a varios bloques de ciclos de carga distintos.

2.7.2 ECUACIÓN DE ENERGÍA

Ellyin y sus compañeros de trabajo estudiaron la energía de absorción de histéresis y su relación con el fallo por fatiga [11]. Propusieron que la energía absorbida en el proceso de fractura como:

$$\Delta W^p = K' N_f^{\alpha'}$$

- K' : parámetro del material
- α' : parámetro del material
- N_f : número de ciclo para el fallo

Durante el ciclo de carga, la energía es disipada por la deformación plástica. Parte de esta es transformada en calor, y otra parte restante es energía mecánica que produce movimientos de dislocación, este hecho hace que sea irrecuperable en forma de energía de deformación plástica. El estudio asume que el daño producido por la acción de carga cíclica es en función del total de la energía mecánica entrante.

Un bucle estable de histéresis y la energía asociada pueden verse en la siguiente figura:

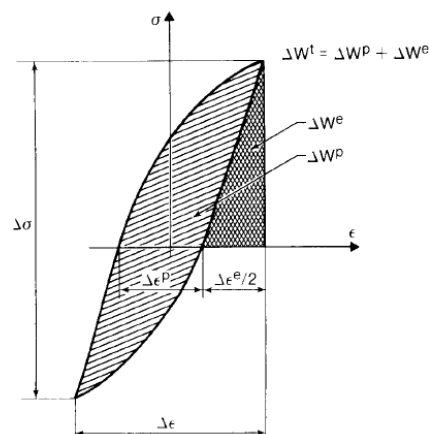


Ilustración 20. Área del bucle de histéresis general

La deformación plástica, ΔW^p , absorbida en un ciclo es el área del bucle de histéresis. Es decir, esta deformación plástica de un ciclo completo puede ser obtenida por integración del área del bucle de la histéresis. Este bucle puede se obtiene coincidiendo las ramas superiores trasladando cada bucle a su parte de reacción lineal, como se observa en la siguiente figura:

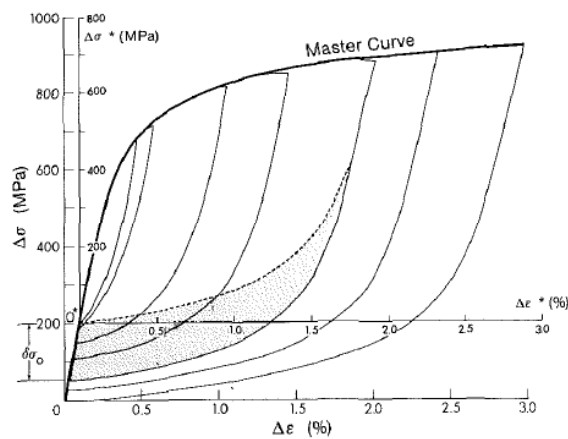


Ilustración 21. Ejemplo de área de bucle de histéresis con diferentes cargas

La ecuación de la energía de deformación plástica es:

$$\Delta W^p = \frac{1 - n'}{1 + n'} \Delta \sigma \Delta \varepsilon^p$$

- n' : exponente ideal para material másico de ciclo de deformación-endurecimiento
- $\Delta \sigma$: amplitud de tensión, $\sigma_{max} - \sigma_{min}$
- $\Delta \varepsilon^p$: amplitud de deformación plástica, $\varepsilon_{max}^p - \varepsilon_{min}^p$

El valor de n' es el resultado de la ecuación de una curva ideal, donde el inicio corresponde con el valor inferior de la mínima amplitud proporcional del bucle de histéresis:

$$\Delta \varepsilon^p = \frac{\Delta \sigma^*}{E} + 2 \left(\frac{\Delta \sigma^*}{2K^*} \right)^{1/n'}$$

La energía de deformación elástica será lineal y se expresa como:

$$\Delta W^e = \frac{1}{2E} \left(\frac{1}{2} \Delta \sigma + \sigma_m \right)^2$$

- σ_m : Tensión principal

Sustituyendo en la ecuación de energía de densidad total de deformación se obtiene:

$$\Delta W^t = \Delta W^p + \Delta W^e = \frac{1 - n'}{1 + n'} \Delta \sigma \Delta \varepsilon^p + \frac{1}{2E} \left(\frac{1}{2} \Delta \sigma + \sigma_m \right)^2$$

También puede expresarse la curva de vida con la siguiente expresión:

$$\Delta W^t = K N_f^\alpha + C$$

- K : parámetro del material
- α : parámetro del material
- C : energía elástica que no causa daño = $\frac{\sigma_f^2}{2E}$

Esta curva puede aproximar a una gráfica de dos líneas rectas dando valores logarítmicos al número de ciclos y a la energía total de deformación, como se ve en el siguiente ejemplo:

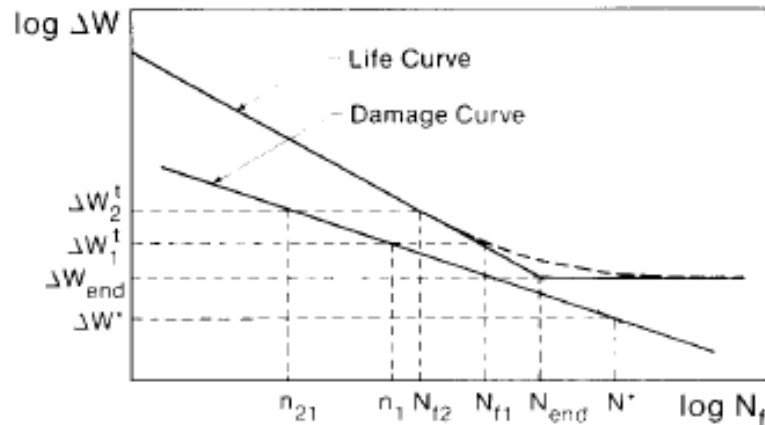


Ilustración 22. Gráfica estándar de las distintas curvas, la de vida y la de daño

$$\Delta W^t = K N_f^\alpha, \quad \text{para } \Delta W^t > C \text{ o } N_f < N_{end},$$

y

$$\Delta W^t = C, \quad \text{para } N_f > N_{end}$$

2.7.3 CURVA DE DAÑO

En ciclos de bajo y alto número de ciclos de fallo por fatiga, la vida total a fatiga se expresa como la suma de dos fases: el inicio de nucleación de la grieta y la otra fase es la propagación de esta grieta hasta el fallo del elemento a fatiga. La separación de las fases de iniciación y de propagación se presenta por la curva de daño.

Supone que el estadio de propagación de la grieta, el material tiene un límite a fatiga reducido por el diferencial de energía de deformación y del tiempo de vida, donde el tiempo de vida es obtenido a través de fracturas de tipo mecánico o también desde la extrapolación de la curva de energía de deformación total y numero de ciclos con la curva de daño, como se refleja en la figura anterior.

En el caso de existir dos bloques de carga cíclica, la energía de densidad de deformación asociada al primer bloque de carga es ΔW_1^t que se aplica a un valor de ciclos n_1 . La curva de daño se expresa como:

$$\frac{\Delta W_1^t}{\Delta W^*} = \left(\frac{n_1}{N^*} \right)^\zeta$$

- ζ : parámetro constante para una curva de daño específica. El valor de la primera fase de carga es:

- $\zeta = \frac{\log(\Delta W_1^t / \Delta W^*)}{\log(n_1 / N^*)}$

Cuando se cambia la carga aplicada, tenemos una energía de deformación cíclica con un valor ΔW_2^t , que continuará hasta el fallo. La aplicación del anterior bloque de cargas causa un determinado daño en el material donde su valor se obtiene de la curva de daño. Definimos equivalente de numero de ciclos de n_1 pero con la aplicación de ΔW_2^t . Este valor se llama: n_{21} .

El valor n_{21} causa un cantidad daño igual al daño sufrido por el material con la primera carga. Este valor se halla con la ecuación:

$$n_{21} = N^* \left(\frac{n_1}{N^*} \right)^{\frac{\log(\Delta W_2^t / \Delta W^*)}{\log(\Delta W_1^t / \Delta W^*)}}$$

Además $n_{21} = N_{f2} - n_2$, y combinando con la ecuación superior se obtiene la ley de daño acumulado para una carga de dos niveles:

$$\left(\frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\log(\Delta W_2^t / \Delta W^*)}{\log(\Delta W_1^t / \Delta W^*)}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1$$



Aplicando la ecuación anterior en términos de vida:

$$\left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right)^{\frac{\log(N_{f2}/N^*)}{\log(N_{f1}/N^*)}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1$$



3. EJE FERROVIARIO

3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El objetivo del presente proyecto es el análisis comparativo de las teorías de daño acumulado por fatiga y predicción de la vida útil en componentes mecánicos, referido al caso a un eje ferroviario. Mediante el análisis se pretende valorar mediante la cuantificación las distintas teorías analizadas, así como su posterior conclusión.

Para el análisis de daño y vida útil a fatiga se va utilizar el software de base datos Microsoft Excel, en el cual a través de las ecuaciones anteriores se sacan las distintas curvas que se dispondrán con gráficos de línea. Esto ayudará a la realización de algunas de las teorías a estudiar. También se usa el programa PTC Creo, llamado antes Pro-Engineer, que nos mostrará un análisis del estudio tanto en estática como en dinámica.

El estudio se realiza sobre un eje simple ferroviario, el cual tiene en cuenta algunas simplificaciones en el modelo de análisis. Esto se realiza por la complejidad del modelo, como por el objetivo que se busca.

Este objetivo es el análisis de las tensiones y las deformaciones en las secciones críticas. Estas secciones críticas serán, a priori, los cambios de sección en los voladizos del eje. Las hipótesis simplificadas son:

- El eje ferroviario no está sometido a transmisión de potencia al no ser un eje tractor. Es decir, no está sometido a esfuerzos torsionales porque no transmite potencia.
- No se estudia la dinámica de los efectos de frenado sobre este.
- La velocidad es constante para el desarrollo del estudio de fatiga, siendo así despreciables los efectos de aceleración y frenado.
- El estudio se desarrolla en una vía en línea recta, despreciándose los efectos que producen las curvas.

El eje ferroviario será un diseño de la compañía CAF. Empresa la cual colabora con la Universidad Carlos III. El plano está en la sección de anexo.

3.2 NORMATIVA

El eje ferroviario del estudio es el eje de un vagón de mercancías siendo así un eje no tractor. El eje responde a la normativa UNE- EN 13103, la que dictamina el diseño de ejes ferrocarriles como los requisitos del producto. Todo siempre relacionado con aplicaciones ferroviarias. También se utiliza la normativa UNE-EN 13261 que especifica los requisitos del producto.

En la normativa define los valores límites de fatiga en flexión rotativa para 10^7 ciclos. Estos valores se utilizan para calcular las tensiones máximas admisibles en las zonas de calado del eje, según lo exigen las Normas EN 13103.

El número de ciclos estipulado para el diseño está en el rango de gigaciclos. Esto es importante ya que el estudio a nivel teórico del rango de ciclos es reducido ya por su coste como por su tiempo de realización como nos dice el investigador C. Bathias [18][21][24].

En el caso de un eje macizo solo hay que determinar los valores del límite de fatiga en las zonas de calado.

En la Norma UNE-EN 13621 rige que los valores máximos límite permitidos son:

- Eje macizo:
 - 200 MPa en zona sin calado con apriete: cuerpo del eje, zona de calado de rodamiento y curvas de transición
 - 120 MPa en zona con calado con apriete: zonas de calado de rueda, de disco de freno, de rodamiento y de obturador



- Eje hueco:
 - 200 MPa en zona sin calado sin apriete: cuerpo de eje, zona de calado de rodamiento y curvas de transición
 - 110 MPa en zona con calado con apriete: todas las zonas de calado excepto manguetas y zonas de calado de rodamiento
 - 94 MPa en zona con calado sobre manguetas (debajo del rodamiento)
 - 80 MPa en para la superficie del hueco

Todos estos valores se divide por un factor de seguridad de 1,2 como dicta la norma para el material de A1N. Los resultados son para ambos casos:

- Eje macizo:
 - 166,6 MPa en zona sin calado con apriete: cuerpo del eje, zona de calado de rodamiento y curvas de transición
 - 100 MPa en zona con calado con apriete: zonas de calado de rueda, de disco de freno, de rodamiento y de obturador
- Eje hueco:
 - 166,6 MPa en zona sin calado sin apriete: cuerpo de eje, zona de calado de rodamiento y curvas de transición
 - 91,6 MPa en zona con calado con apriete: todas las zonas de calado excepto manguetas y zonas de calado de rodamiento
 - 78,3 MPa en zona con calado sobre manguetas (debajo del rodamiento)

66,6 MPa en para la superficie del hueco



3.3 MATERIAL DEL EJE MATERIAL DEL EJE

El material con el cual se va a analizar el eje y se comparará es acero al carbono templado A1N, material bastante utilizado en la fabricación de ejes de ferroviarios. Según la norma UNE-EN 13261 sus propiedades son:

- Resistencia última a tracción (S_u): 600 MPa
- Límite elástico (S_y): 395 MPa
- Módulo de Young (E): 210 GPa
- Coeficiente de Poisson (ν): 0,3
- Densidad (d): 7850 kg/m³

Como para este material se desconocen muchos parámetros necesarios en el estudio se escoge otro material el cual se tiene más conocimiento de variables necesitadas. Se escoge el acero llamado ST 52-3. Es un acero al carbono de calidad diseñado para realizar estructuras mecánicas que admite soldabilidad, con las siguientes características [15]:

- Resistencia última a tracción (S_{ut}): 597 MPa
- Límite elástico (S_y): 400 MPa
- Módulo de Young (E): 210 GPa
- Coeficiente de Poisson (ν): 0,29



- Densidad (ρ): 7900 kg/m³
- Tensión verdadera de fractura (σ_f): 1083 MPa
- Reducción de área (%): 63
- Deformación total (ϵ_t): 0,98
- Exponente de un material másico ideal en ciclos de deformación endurecida (n'): 0,185
- Coeficiente de fuerza (K): 1228 MPa
- Coeficiente de resistencia a fatiga: (σ'_f): 1193 MPa
- Exponente de resistencia de fatiga (b): - 0,11
- Coeficiente de daño (ϵ'_t): 0,6605
- Exponente a la ductibilidad a fatiga (c): - 0,553
- Coeficiente de Poisson (ν): 0,3

3.3.1 CURVA DE DEFORMACION-VIDA DE ST 52-3

El cálculo de la curva de deformación con la vida del material se realizada mediante la ecuación de Manson-Coffin. Con esta ecuación calcularemos la deformación total del material frente al número de ciclos mientras está sometido a su esfuerzo máximo.

Esta ecuación de Manson-Coffin [16] es:

$$\epsilon_a = \frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2 N_f)^b + \epsilon'_f (2 N_f)^c$$

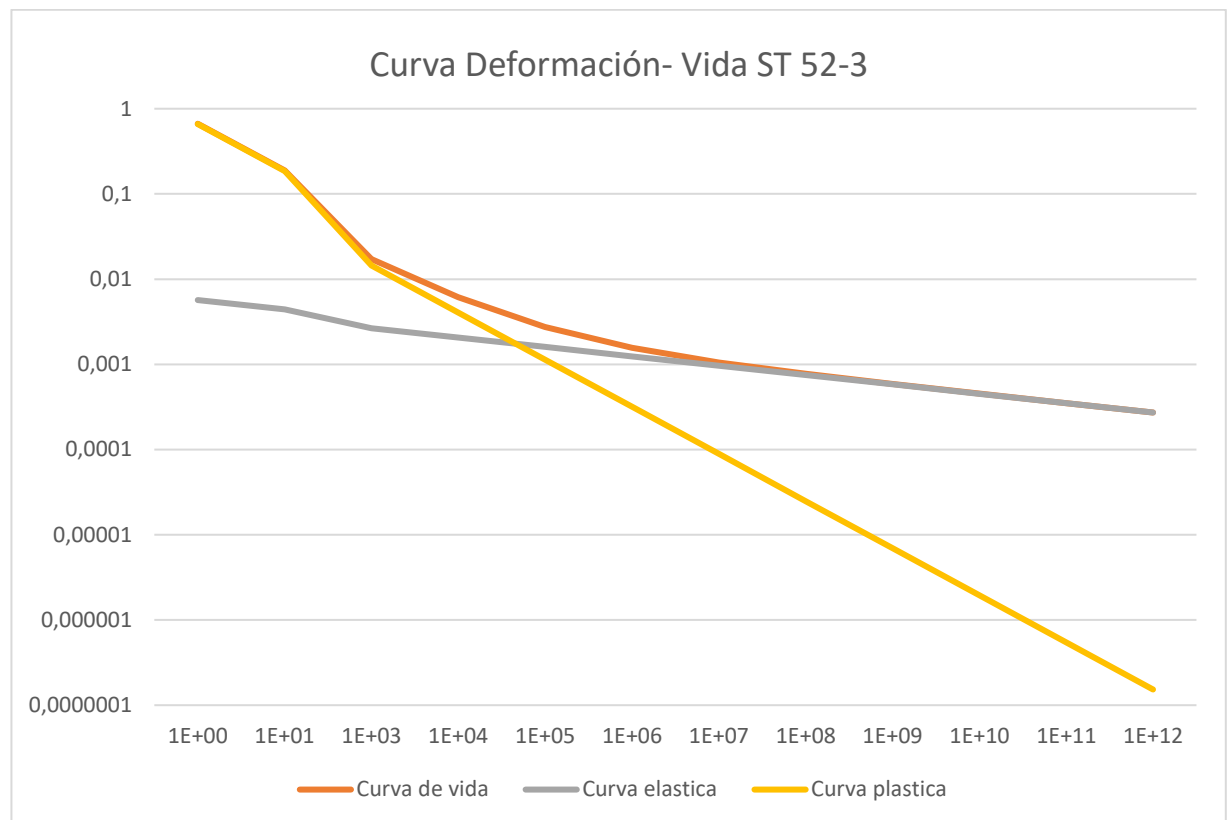


Ilustración 23. Curva Deformación-Vida ST 52-3

En la gráfica anterior podemos observar tres curvas diferentes:

- 1) Curva de deformación elástica: Esta curva solo tenemos en cuenta los valores de la deformación elástica del material.

La relación es:

$$\frac{\sigma_a}{E} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2 N_f)^b$$

- 2) Curva de deformación plástica: Esta curva solo tenemos en cuenta los valores de la deformación plástica del material.

La relación es:

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2 N_f)^c$$



- 3) Curva de deformación total: Esta curva relaciona tanto la deformación elástica como la plástica. Es la curva que más se parece al comportamiento del material.

La relación es:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2 N_f)^b + \varepsilon'_f (2 N_f)^c$$

TABLA DE RESULTADOS

Ciclos	DEFORMACIÓN Total	deformación elastica	deformación plastica
1E+00	0,66618095	0,00568095	0,6605
1E+01	0,18928254	0,00440982	0,18487272
1E+03	0,01714066	0,00265718	0,01448348
1E+04	0,00611653	0,00206263	0,0040539
1E+05	0,00273579	0,00160111	0,00113468
1E+06	0,00156045	0,00124286	0,00031759
1E+07	0,00105366	0,00096476	8,8894E-05
1E+08	0,00077378	0,0007489	2,4881E-05
1E+09	0,00058829	0,00058133	6,9642E-06
1E+10	0,0004532	0,00045125	1,9493E-06
1E+11	0,00035083	0,00035028	5,456E-07
1E+12	0,00027206	0,00027191	1,5271E-07

Tabla 3. Resultados Curva Deformación-Vida ST 52-3

3.3.2 CURVA TENSION-VIDA

El cálculo de esta curva nos va a ayudar a la hora de realizar nuestro estudio. Según la normativa EN 13103 utilizamos como valor limitante la tensión y no la deformación.

La tensión o el esfuerzo máximo en relación con la vida se calcula mediante la ecuación de Basquin. La ecuación de Basquin mide la tensión alternante y la relación es la siguiente:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2 N_f)^b$$

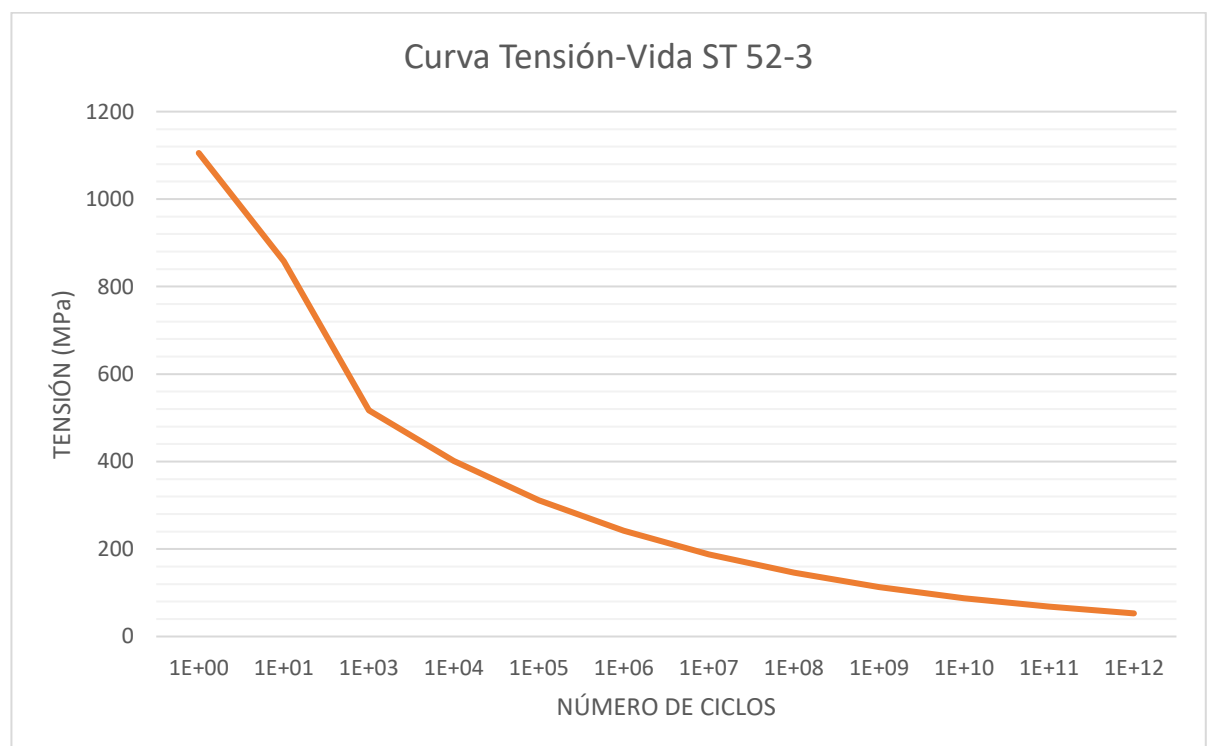


Ilustración 24. Curva Tensión-Vida ST 52-3

Se puede observar que al igual que pasa en la curva S-N o Wöhler, al cambiar de ciclo bajo a ciclo alto cambia su pendiente.



La diferencia con la curva S-N, es relativo cuando se supera al ciclo alto y se pasa al ciclo muy alto. La curva S-N es conservadora pues nos dice que en los aceros a partir de ciclo alto pasa a vida infinita. Cosa que no es cierta según demuestra el estudio del investigador C. Bathias y sus compañeros a final del siglo XX (1990s). Ellos trabajaron para cambiar un punto de vista donde los investigadores japoneses solo llegaron a predecir el fallo hasta 10^7 ciclos.

Este estudio nos indica que existen metales que se relación con un valor generalizado de descenso de su valor de esfuerzo máximo a fatiga.

En primer lugar, están:

- Las aleaciones: solo disminuirán un valor inferior a 50 MPa.
- Los aceros: en cambio, estos metales disminuirán el valor desde que acabo el ciclo alto entre 50 a 200 MPa.

Como no se disponen de muchos datos y menos relativos a nuestro modelo de estudio, daremos por valido tanto las ecuaciones de Mason-Coffin como la ecuación Basquin.

TABLA DE RESULTADOS

CICLOS	TENSIÓN (MPa)
1E+00	1105,41956
1E+01	858,078744
1E+03	517,043573
1E+04	401,353583
1E+05	311,549561
1E+06	241,839449
1E+07	187,727175
1E+08	145,722678
1E+09	113,116809
1E+10	87,8065966
1E+11	68,1596174



1E+12	52,9087065
-------	------------

Tabla 4. Resultados Curva Tensión-Vida ST 52-3

3.4 DISEÑO DEL EJE FERROVIARIO

3.4.1 CARGAS EN EL EJE

El estudio se va a realizar con distintos tipos de cargas, entre las cargas destacan estos dos tipos:

- Peso propio del eje.
- Peso soportado en los voladizos a causa de la fuerza ejercida por el vagón, de valor 25T.

Es repartido entre los dos voladizos por partes iguales, es decir, 12,5T.

Peso propio del eje

El cálculo de este valor se realiza primero el cálculo del volumen del eje. Este valor es obtenido de otros proyectos de la Universidad con el mismo eje de estudio:

$$Volumen = 66022681 \text{ mm}^3$$

La densidad del material A1N es:

$$\rho = 7300 \text{ kg/m}^3$$

Siendo el resultado del peso del eje ferroviario, con el valor de la aceleración de gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$):

$$G = 4,73 \text{ kN}$$

Este valor se coloca como una carga puntual en el centro de gravedad del eje.

Peso soportado

La sollicitación por una masa suspendida como un vagón sobre el eje aporta una carga. Esta carga depende del vagón, en nuestro caso el valor estimado es de 25 Tn. Como cada vagón tiene dos ejes, este valor se reparte en proporciones iguales entre ellos.

Esta carga se sitúa en los voladizos del eje del tren, se puede observar en la figura XXX, cuyo valor es de:

$$P = 25 \text{ Tn} / 2 = 12,5 \text{ Tn}$$

Este valor lo repartimos en partes iguales, es decir, como carga distribuida a lo largo del voladizo.

$$Q_I = \frac{12,5 \text{ T} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{0,191 \text{ m}} = 642 \text{ KN/m}$$

Simplificamos en el estudio aplicando la hipótesis en la que el apoyo se sitúa únicamente en el extremo del eje.

Además, realizaremos también el estudio con otra carga. Esta carga simplifica cuando el vagón está lleno de gente y estos tienen un pasaje medio de 10kg. Se supone que la cantidad de personas es igual a 36 como sucede en un vagón del AVE de la serie 112.

El peso por persona se calcula con la hipótesis de un valor de 75 kg por persona. Sumado el valor del equipaje, el total es de 85 kg.

El valor en cada eje es:

$$T = \frac{85 \text{ kg} \cdot 36 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{2} = 15 \text{ KN}$$

Al igual que anteriormente, esta carga se sitúa en los voladizos de los extremos. A esta carga se le suma la antes calculada del vagón en vacío.

$$Q_{II} = Q_I + T / 0,191 \text{ m} = 720,5 \text{ KN/m}$$



3.4.2 ANÁLISIS ESTRUCTURAL TEÓRICO

Con estos dos casos queremos calcular los estados más desfavorables que existen en fatiga, donde la tensión alternante es mayor. Es decir, en estado de vacío y en estado lleno.

Coefficientes modificativos

Límite de fatiga sin corregir para vida infinita (S'_e)

El acero ST52-3 es un acero de baja aleación de $S_{ut} = 597 \text{ MPa}$.

$$S'_e = 0,5 \cdot 597 = 298,5 \text{ MPa}$$

Factor de acabado superficial

Acabado superficial tiene granallado

$$K_a = 1,58 \cdot 597^{-0,085} = 0,9177$$

Factor de tamaño

Tenemos que calcular para los distintos valores

- D = 130mm

$$K_b = 1,189 \cdot 130^{-0,097} = 0,7415$$

- D = 160mm

$$K_b = 1,189 \cdot 160^{-0,097} = 0,7267$$



Factor de confiabilidad

Escogemos un factor de confiabilidad de valor del 50% ya que tenemos por norma un $MS=1,2$.

$$K_c = 1$$

Factor de temperatura

El eje se encuentra a temperatura ambiente

$$K_d = 1$$

Factor de concentración de tensiones

Este factor se tiene en cuenta en las secciones I, II y III, ya que tienen un cambio de sección.

Sección I

$$\frac{D}{d} = \frac{160}{130} = 1,23$$

$$\frac{r}{d} = \frac{8}{130} = 0,06$$

$$K_{t1} = 1,85$$

Sección II

$$\frac{D}{d} = \frac{214}{160} = 1,34$$

$$\frac{r}{d} = \frac{40}{160} = 0,25$$

$$K_{t2} = 1,35$$



Ahora calculamos la sensibilidad a las ranuras (q). En nuestro caso, al tener valores de radio de ranura superiores a 4mm, utilizaremos este valor como nos dice el manual.

Cogemos el valor: $q = 0,87$

Aplicando las ecuaciones de la sección de factor de concentraciones (K_e), nos dan los siguientes valores:

- Sección I

$$K_{e1} = 0,576$$

- Sección II

$$K_{e2} = 0,767$$

Procedemos a calcular el valor del límite a fatiga corregido de las distintas secciones, así como la gráfica de tensión corregida ante las circunstancias de nuestro problema.

Por lo tanto, el resultado del límite de fatiga para las distintas secciones es:

- Sección I

$$S_{e1} = 116,9 \text{ MPa}$$

- Sección II

$$S_{e2} = 168,0 \text{ MPa}$$

Este punto último no es necesario ya que en aceros al contrario que en aluminios la curva de Wöhler la vida infinita empieza antes de lo que nos dice la norma. Si esta situación fuera real, el eje tendría vida infinita, cosa que se ha demostrado no es real.

3.4.3 DETERMINACION DEL VALOR TENSIONAL

Cálculo del valor tensional en las distintas secciones anteriormente estudiadas con el momento torsor aplicado al momento principal de inercia.

Aplicamos la fórmula de la norma UNE 13013:

$$\sigma = \frac{K_e^{-1} \cdot M \cdot d}{2 I}$$

Como tenemos distintas secciones, se calcula por separado los distintos momentos de inercia con:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

- Sección I (d = 130 mm)

$$I_I = \frac{\pi 130^4}{64} = 14,02 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

- Sección II (d = 160 mm)

$$I_{II} = \frac{\pi 160^4}{64} = 32,17 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

3.4.4 REACCIONES

Las reacciones se calculan realizando la hipótesis de que será un punto en cada simetría del eje, donde se apoya la carga. Este valor se coge en la mangueta.

Solo tiene esta carga en todo el eje. Se calcula su valor para las dos situaciones: vacío y completo.

$$F_I = 642 \frac{KN}{m} \cdot 0,191 m = 122,62 KN$$

$$F_{II} = 720,5 \frac{KN}{m} \cdot 0,191 m = 137,61 KN$$

Realizamos sumatoria de las cargas verticales en el semieje:

$$R_I = 125 KN$$

$$R_{II} = 140 KN$$

3.4.5 MOMENTO FLECTORES

Los momentos flectores son distintos para cada una de las secciones. Para su cálculo, se utiliza la tabla del anexo realizada con las fórmulas adecuadas para cada tramo. En esta tabla se detalla el valor del momento flector, así como la distancia del inicio del eje desde el extremo.

A continuación, se puede observar en una gráfica los distintos valores de manera visual y como se parecen al dibujo realizado a priori.

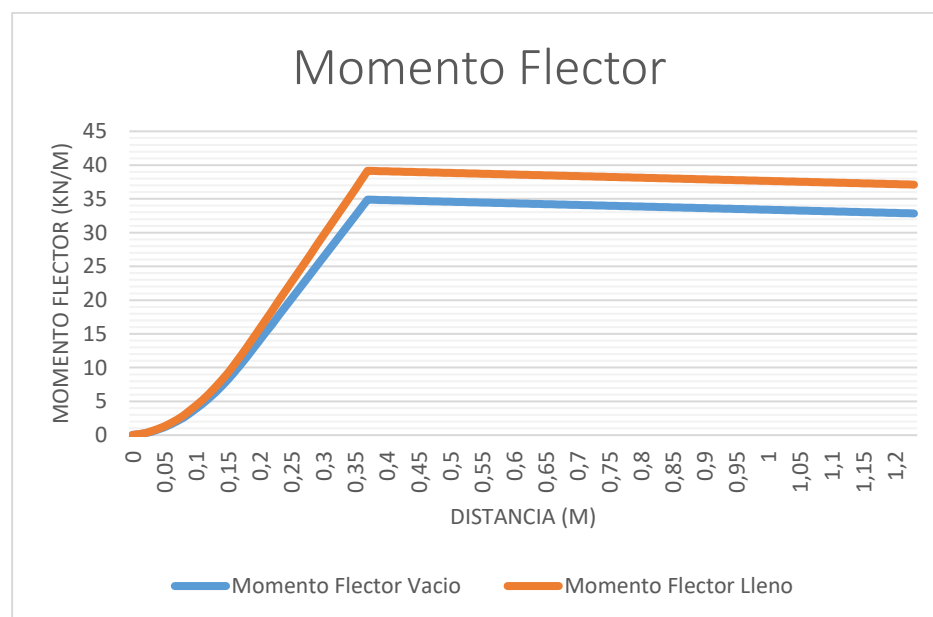


Ilustración 25. Momento flector detallado de la mitad del eje ferroviario



Los valores necesarios son los cambios de sección. Como se ha dicho anteriormente, en estos puntos son donde existen concentración de tensiones. Estos valores son:

- Estado de vacío:
 - Sección I (0,191 m): 11,6 KN/m
 - Sección II (0,286 m): 23,2 KN/m
- Estado de lleno:
 - Sección I (0,191 m): 13 KN/m
 - Sección II (0,286 m): 26,1 KN/m

3.4.6 CALCULO DE TENSIONES

Calculamos las tensiones existentes en las diferentes secciones y en los diferentes estados con los coeficientes modificativos de Marin:

$$\sigma = \frac{K_e^{-1} \cdot M \cdot d}{2 I}$$

- Estado de vacío:
 - Sección I (0,191 m): 93,37 MPa
 - Sección II (0,286 m): 75,21 MPa
- Estado de lleno:
 - Sección I (0,191 m): 104,64 MPa
 - Sección II (0,286 m): 84,62 MPa

Como observamos de los resultados anteriores, podemos comprobar que la sección a calcular es la sección I. Se observa que tiene el límite a fatiga calculado anteriormente uno de los valores más bajos, así un lugar donde los valores son mayores en esfuerzo recibido siendo sus valores más altos.



Esto tiene mucho sentido ya que la sección I es una sección cercana a la posición de la fuerza, tiene un diámetro más pequeño y un radio de acuerdo también de menor tamaño.

Además, si analizamos el valor más desfavorable y comparamos con lo que dicta la norma, el valor de margen de seguridad (MS) es: $166,6 / 104,64 = 1,59$. Es MS nos indica que podemos trabajar con el valor más desfavorable.

Estas secciones tienen unos valores de ciclos de vida y de deformación extrapolando de las gráficas anteriormente realizadas de:

Sección I	Tensión (MPa)	Ciclos de vida	Deformación total
Vacío	93,37 MPa	$6,02 \cdot 10^9$	$4,83 \cdot 10^{-4}$
Lleno	104,64 MPa	$2,17 \cdot 10^9$	$5,43 \cdot 10^{-4}$

Tabla 5. Resultados en Sección I de tensión, deformación y ciclos de vida

3.4.7 HISTORIA DE CARGAS

Teniendo ya nuestros valores de tensión a analizar, se dispone a realizar una historia de cargas para el modelo de nuestro eje. Escogemos una historia de cargas multietapas, es decir, con más de un valor. Escogemos que nuestra multietapas tenga los dos estados: vacío y lleno.

Como se ha dicho antes, estos valores extremos son la secuencia de más crítica.

Cada carga se alternará con la otra cada 100000 ciclos.

Primer supuesto: 2 cargas alto-bajo (H-L)

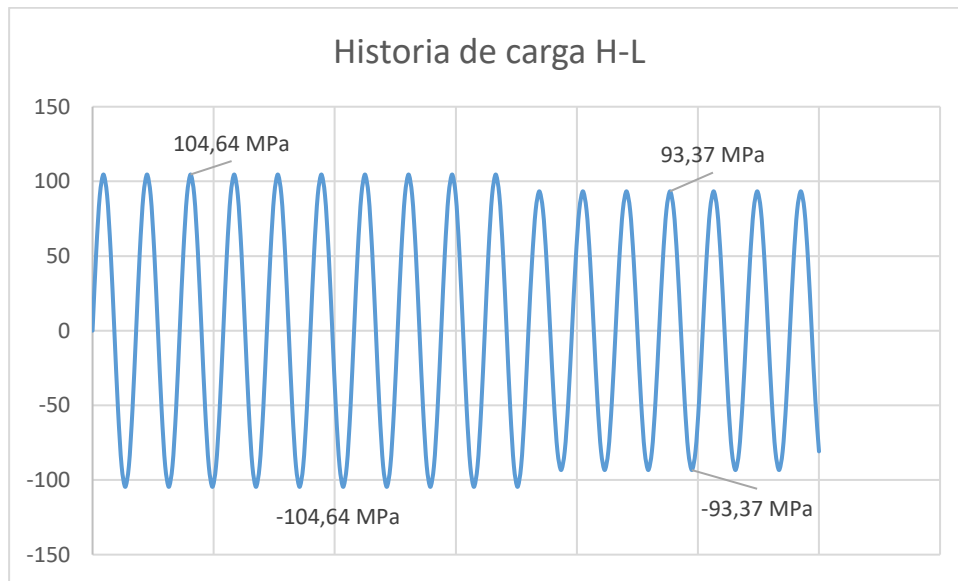


Ilustración 26. Historia de carga High-Low

Segundo supuesto: 2 cargas bajo-alto (L-H)

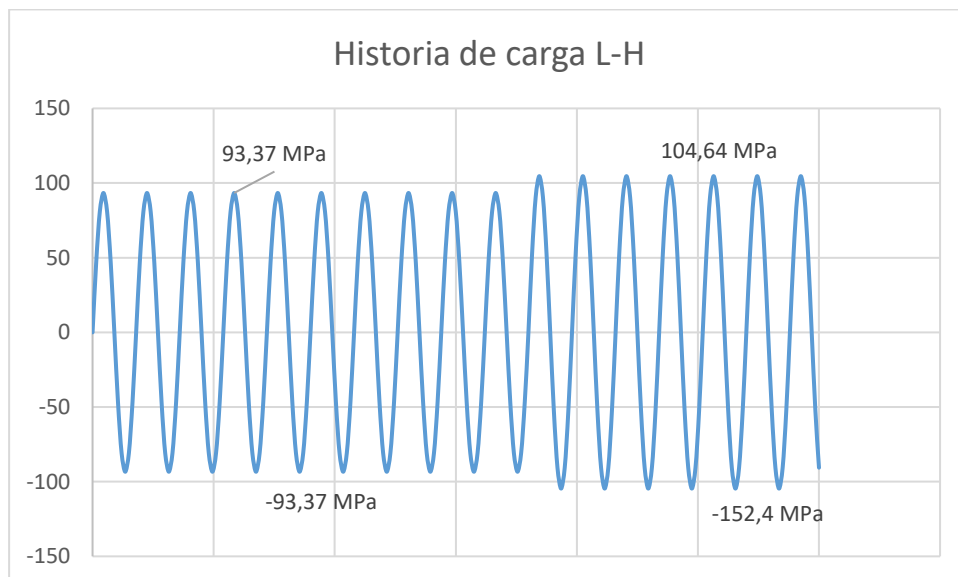


Ilustración 27. Historia de carga Low-High

3.4.8 ANÁLISIS CON PROGRAMA PTC CREO

Creo es un conjunto de aplicaciones de diseño de la compañía PTC. Este conjunto de aplicaciones va desde el diseño hasta un prototipo digital. Creo tiene módulos que dan soporte a diseño CAD 3D, diseño 2D, análisis de elementos finitos, simulación del diseño y visualización.

PTC se desarrolló Creo en 2009 y dispone versiones 1.0, 2.0, 3.0 y 4.0. Creo reemplaza a las aplicaciones Pro/ENGINEER, CoCreate y ProductView. Este software se viene utilizando en la UC3M desde hace unos años, ya con el software de Pro/ENGINEER.

Los módulos usados en el estudio han sido Parametric para el diseño en 3D y el módulo Simulate para la simulación del eje ferroviario bajo las condiciones calculadas anteriormente.

Los cálculos se sacan mediante el diseño del eje del plano del anexo con el módulo Parametric y luego con el módulo Simulate se le colocan tanto las cargas como las restricciones. A continuación, se detalla los resultados en unas tablas, los cuales son visibles en las imágenes del anexo.

Estudio estático

	Sección I	Sección II
Tensión en vacío (MPa)	86,2	63,37
Tensión en lleno (MPa)	97,65	71,48
Deformación en vacío	$4,26 \cdot 10^{-4}$	$3,19 \cdot 10^{-4}$
Deformación en lleno	$4,79 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-4}$

Tabla 6. Resultados estudio estático con PTC Creo

Estudio de fatiga

El estudio a fatiga solo analizamos la Sección I, ya que como se observa en la tabla anterior y en el estudio teórico, es la sección crítica de nuestro problema.

	Vacio	Lleno
Factor de seguridad	1,17	1,04
Log de Vida	7,482	7,126
Ciclos de vida	$3,03 \cdot 10^7$	$1,34 \cdot 10^7$

Tabla 7. Resultados estudio fatiga con PTC Creo

3.5 COMPARATIVA DE RESULTADOS ENTRE CÁLCULOS TEORICOS Y PTC CREO

En esta sección compararemos los datos obtenidos de forma teórica con los resultados obtenidos mediante el software de diseño recopilados en las secciones anteriores. Para ello utilizaremos la fórmula $\sigma = \frac{K_e^{-1} \cdot M \cdot d}{2 I}$ para los cálculos y el margen de seguridad de la norma, que en nuestro caso el límite es de 166,6 MPa. Para los cálculos con el software adaptados a la norma, multiplicamos el factor de concentración de tensiones por los resultados del cálculo en estático. Y, por otro lado, los resultados del factor de seguridad en la simulación en fatiga.

Factor de seguridad	Vacío	Lleno
Teoría	1,78	1,59
PTC Creo - Norma	1,11	0,98
PTC Creo - Fatiga	1,17	1,04

Tabla 8. Comparativa de factor de seguridad

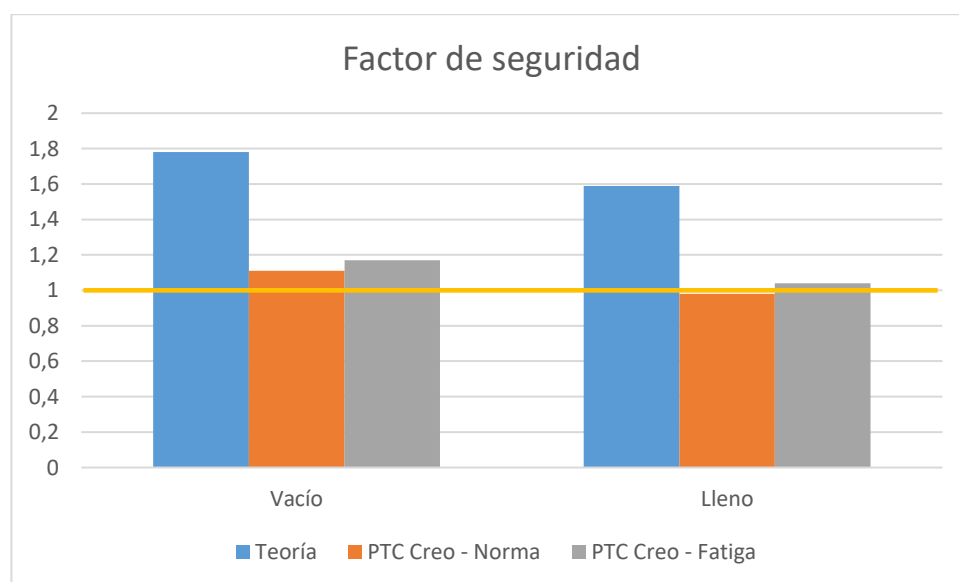


Ilustración 28. Compartiva de factor de seguridad

4. APLICACIÓN DE LAS TEORÍAS DE DAÑO ACUMULADO AL CASO DEL EJE FERROVIARIO

4.1 INTRODUCCIÓN

En este apartado el objetivo es estudiar las teorías anteriormente descritas a la aplicación de nuestro modelo. Por ello se realiza con las variables descritas como ya son las propias del material, en el caso que se necesario, y los esfuerzos aplicados al eje.

Para ello resolveremos las ecuaciones anteriores. Usamos los datos teóricos obtenidos en vez de los datos del software, ya que se quiere estudiar casos uniaxiales, pues estos son los necesarios para los cálculos de las teorías.

4.2 CÁLCULOS MINER-PALGREM

4.2.1 CÁLCULOS TEORICOS

Al ser Miner-Palgreem una teoría muy utilizada por su simplicidad hacemos una rápida comparación, por como hemos dicho anteriormente, su facilidad de uso.

$$1 > \sum_{i=1}^f \frac{n_i}{N_i} = \frac{10^5}{6,024 \cdot 10^9} + \frac{10^5}{2,165 \cdot 10^9} = 6,279 \cdot 10^{-5}$$

$$Total\ Bloques = (6,279 \cdot 10^{-5})^{-1} = 15926,2$$

$$Ciclos\ totales = 200000 \cdot 15926,2 = 3,185 \cdot 10^9 = 3,185 \cdot 10^9$$

En la siguiente ilustración se muestra la fracción de vida, la evolución en relación del daño acumulado. Como se observa, el daño es constante y lineal. Esta curva de fracciones de vida es una gráfica donde enfrena dos variables y se calcula de la siguiente forma:

$$r_1 = \frac{N}{N_T}$$

$$r_2 = 1 - r_1$$

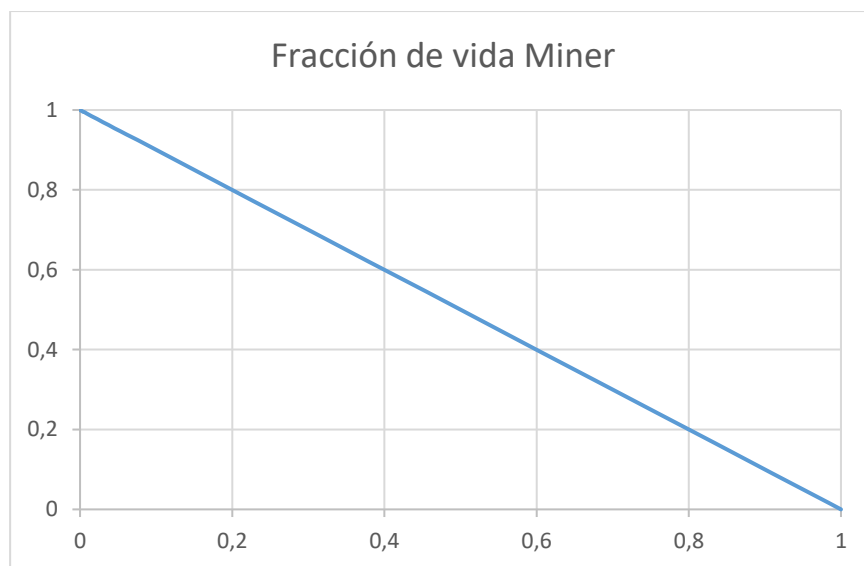


Ilustración 29. Fracción de vida. Teoría de Miner

4.3 CÁLCULOS MASON

En el estudio con Mason en el caso de dos cargas no se tiene en cuenta la historia de cargas en los bloques.



Como se ha dicho, el estudio tiene en cuenta el estado de iniciación y propagación de la grieta hasta llegar a la fractura.

Las ecuaciones son las siguientes:

$$N_p = 14(N_f)^{0.6}$$

$$N_i = N_f - N_p = N_f - 14(N_f)^{0.6}$$

	Ciclos totales (Nf)	Ciclos iniciación (Ni)	Ciclos propagación (Np)
Vacío	$6,02 \cdot 10^9$	$6,01 \cdot 10^9$	$1,032 \cdot 10^7$
Lleno	$2,17 \cdot 10^9$	$2,16 \cdot 10^9$	$5,598 \cdot 10^6$

Tabla 9. Criterio de Mason et al.

$$\frac{n_1}{N_{p \text{ Vacío}}} + \frac{n_2}{N_{p \text{ Lleno}}} = \frac{100000}{1,032 \cdot 10^7} + \frac{100000}{5,598 \cdot 10^6} = 2,755 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{Bloques } N_p = 1/\sum N_i = 36,29$$

$$\frac{n_1}{N_{i1}} + \frac{n_2}{N_{i2}} = \frac{100000}{6,01 \cdot 10^9} + \frac{100000}{2,16 \cdot 10^9} = 6,294 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Bloques } N_i = 1/\sum N_p = 15888,15$$

$$\text{Total Bloques} = \text{Bloques } N_i + \text{Bloques } N_p = 15924,44$$

$$\text{Ciclos totales} = 200000 \cdot 15924,44 = 3,185 \cdot 10^9$$

En las siguientes ilustraciones se observa la fracción de vida, como se ha visto en el cálculo de la teoría de Miner. Se observa que el efecto de los dos estados, iniciación y propagación, no se distinguen. Pues el estado de iniciación ocupa un porcentaje de 99,8% de la vida.

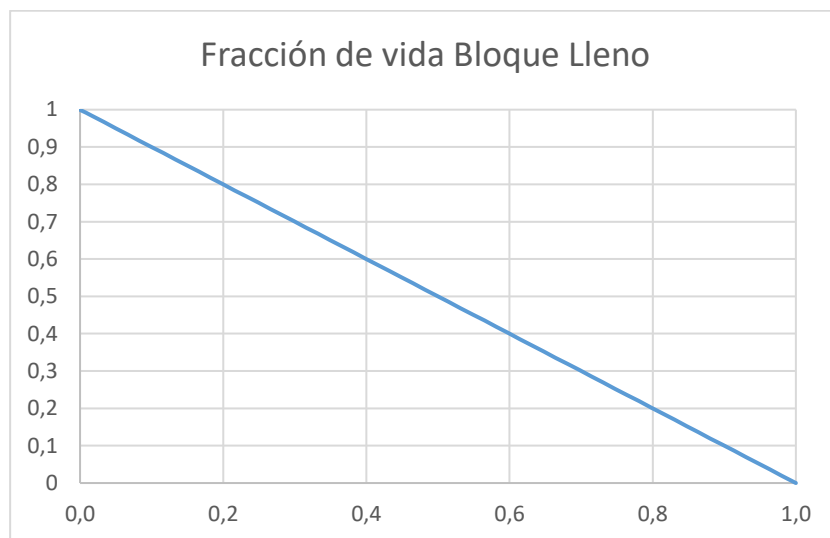


Ilustración 30. Fracción de vida en estado lleno. Teoría de Mason

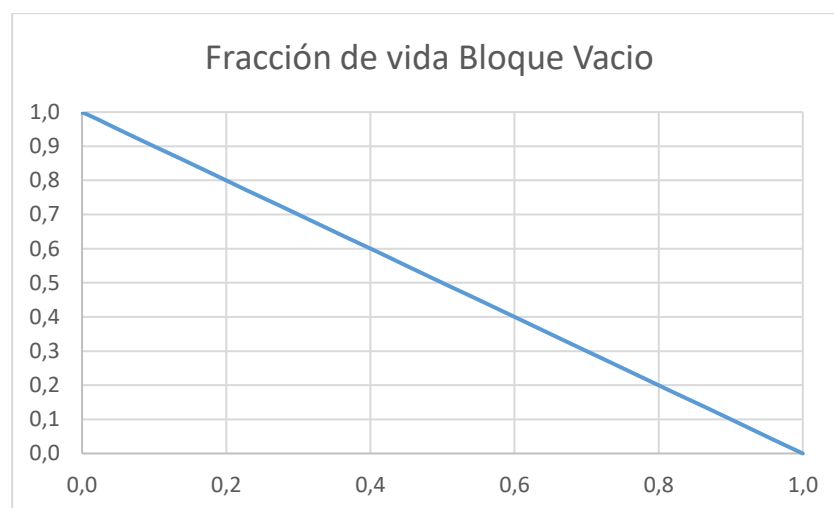


Ilustración 31. Fracción de vida en estado vacío. Teoría de Mason

4.4 CÁLCULOS LEMAITRE

Nos apoyamos en las dos fórmulas de Lemaitre que tenemos resueltas en la sección de teoría para así obtener los resultados.

Primero usamos la fórmula para la ecuación de la vida hasta la nucleación de la microgrieta:

$$N_D = \frac{1}{4} \epsilon_{pD} \cdot \frac{G^{m+1}}{C_y^m} \cdot \frac{(\sigma_u - \sigma_f^\infty)^m}{(\sigma_a - \sigma_f^\infty)^{m+1}}$$

- σ_f^∞ : límite a fatiga con valor de 87,8 MPa con $N=10E+10$
- σ_u : tensión de roturo = 597 MPa
- ϵ_{pD} : umbral de deformación plástica en tracción pura = 0,66
- m : exponente de material= 2
- $G = 3 G (1 - \beta) = 126,97$ GPa
 - G : módulo de elasticidad a cortadura 80,77 GPa
 - β : coeficiente de Eshelby
 - $\beta = \frac{2}{15} (4 - 5\nu) = 0,33$
- $C_y = \frac{\sigma_u - \sigma_y}{\epsilon_{pD}} = 300$ MPa

	σ (MPa)	N_D
σ_a Vacío	93,37	$5,63 \cdot 10^{12}$
σ_a Lleno	104,64	$2,04 \cdot 10^{11}$

Tabla 10. Tensión alternante y N_D . Criterio de Lemaitre



Ahora busquemos el número ciclos totales con la siguiente fórmula:

$$N_R = N_D + \left[\frac{3ES}{\sigma_f^{\infty 2} (1 + \nu)} \right]^s \cdot \frac{G D_c}{2 \Delta \sigma - 2 \sigma_f^{\infty}}$$

- S : daño en superficie expresado en Mpa = $\frac{\sigma_u^2}{2E} \cdot \left(\frac{\epsilon_{PR}^* - \epsilon_{pD}}{D_c} \right)^{1/s} = 0,1$ MPa
 - ϵ_{PR}^* : deformación plástica de rotura = $2 (1 - \sqrt{1 - \%RA}) = 0,78$
 - D_c : daño = $1 - \frac{\sigma_R}{\sigma_u} = 0,37$
 - σ_R : tensión de rotura = $\sigma_u \cdot \%RA = 378$ MPa
- s : exponente de daño del material = 2

	σ (MPa)	N_R
$\sigma_{Vacío}$	93,37	$5,63 \cdot 10^{12}$
σ_{Lleno}	104,64	$2,04 \cdot 10^{11}$

Tabla 11. Tensión y N_r . Criterio de Lemaitre

Observamos que el valor de $N_R \approx N_D$. Ya que el valor del segundo término de la ecuación es de un valor mucho menor, del orden de un millón de veces.

Para el cálculo de número de bloques utilizamos:

$$\frac{n_1}{N_{R1}} + \frac{n_2}{N_{R2}} \frac{1 - \frac{N_{D1}}{N_{R1}}}{1 - \frac{N_{D2}}{N_{R2}}} = 1 \quad \text{si } n_1 \leq N_{D1}$$

Primer Caso L-H



$$N_t = \frac{n_1}{N_{R1}} + \frac{n_2}{N_{R2}} \frac{1 - \frac{N_{D1}}{N_{R1}}}{1 - \frac{N_{D2}}{N_{R2}}} = 7,15 \cdot 10^{-8}$$

Quedando el número de bloques:

$$1/N_t = 13985346,61 \text{ bloques}$$

$$\text{Ciclos totales} = 200000 \cdot 13985346,61 = 2.797 \cdot 10^{12}$$

Segundo Caso H-L

$$N_t = 6,5233 \cdot 10^{-7}$$

Quedando el número de bloques:

$$1/N_t = 1532961,792 \text{ bloques}$$

$$\text{Ciclos totales} = 200000 \cdot 1532961,792 = 3,066 \cdot 10^{11}$$

4.5 CÁLCULOS DE ELLYIN

El planteamiento sigue el mismo orden que en los casos anteriores salvo por el hecho que Ellyin relaciona el nivel de vida con la energía de deformación que asume el material durante el transcurso de su vida.



La ecuación de energía de distorsión y vida es:

$$\Delta W^t = K N_f^\alpha + C$$

- $K = 880 \text{ MJ/m}^3$
- $\alpha = -0,665$

Para la obtención de la curva es necesario hallar primero la constante C

$$C = \frac{\sigma_f^2}{2E} = 6764 \text{ J/m}^3$$

Para calcular la energía en los casos que tenemos:

$$\Delta W^t = \Delta W^p + \Delta W^e = \frac{1 - n'}{1 + n'} \Delta \sigma \Delta \varepsilon^p + \frac{1}{2E} \left(\frac{1}{2} \Delta \sigma + \sigma_m \right)^2$$

Los datos los cogemos ya sea de la descripción del material o de la curva de deformación, en el caso de la variable de amplitud de deformación plástica. Los resultados son:

$$\Delta W_1^t = 20378 \text{ J/m}^3$$

$$\Delta W_2^t = 26226 \text{ J/m}^3$$

La curva de daño se realiza con la siguiente ecuación como primer punto donde pasa la curva de daño siendo el último de ellos la intersección con la curva de vida

$$N_{21} = N_{f2} - n_2$$



Esta ecuación nos da un valor de $N_{21} \approx N_{f2}$, pues el n_2 es de un valor muy pequeño en comparación. Con este valor y ΔW_2^t se obtiene un segundo punto. Con este se obtiene la recta de isodaño.

N^* es el límite a fatiga aparente y es también otro punto de la curva de daño, así como el punto donde se cortan las dos curvas, la tendencia de la recta de la curva de vida y la recta de isodaño. Este punto, N^* , es $1E+6$ ciclos, como puede observarse en la gráfica.

A continuación, se adjunta la tabla donde se observan los cálculos realizados para la obtención de la gráfica.

Log N_f	Log Curva de vida (ΔW)	Log Curva de vida de tendencia(ΔW)	Log Curva de daño
0,7	8,62	8,62	6,73
1,0	8,42	8,42	6,48
1,7	7,96	7,96	6,31
2,0	7,76	7,76	6,23
2,7	7,29	7,29	6,06
3,0	7,09	7,09	5,99
3,7	6,63	6,63	5,81
4,0	6,43	6,43	5,74
4,7	5,97	5,96	5,57
5,0	5,78	5,76	5,49
5,7	5,34	5,30	5,32
6,0	5,16	5,10	5,24
6,7	4,79	4,63	5,07
7,0	4,66	4,43	5,00
7,7	4,44	3,97	4,82
8,0	4,38	3,77	4,75
8,7	4,31	3,30	4,58
9,0	4,29	3,10	4,50
9,7	4,27	2,64	4,33
10,0	4,27	2,44	4,25

Tabla 12. Resultados Criterio Ellyin

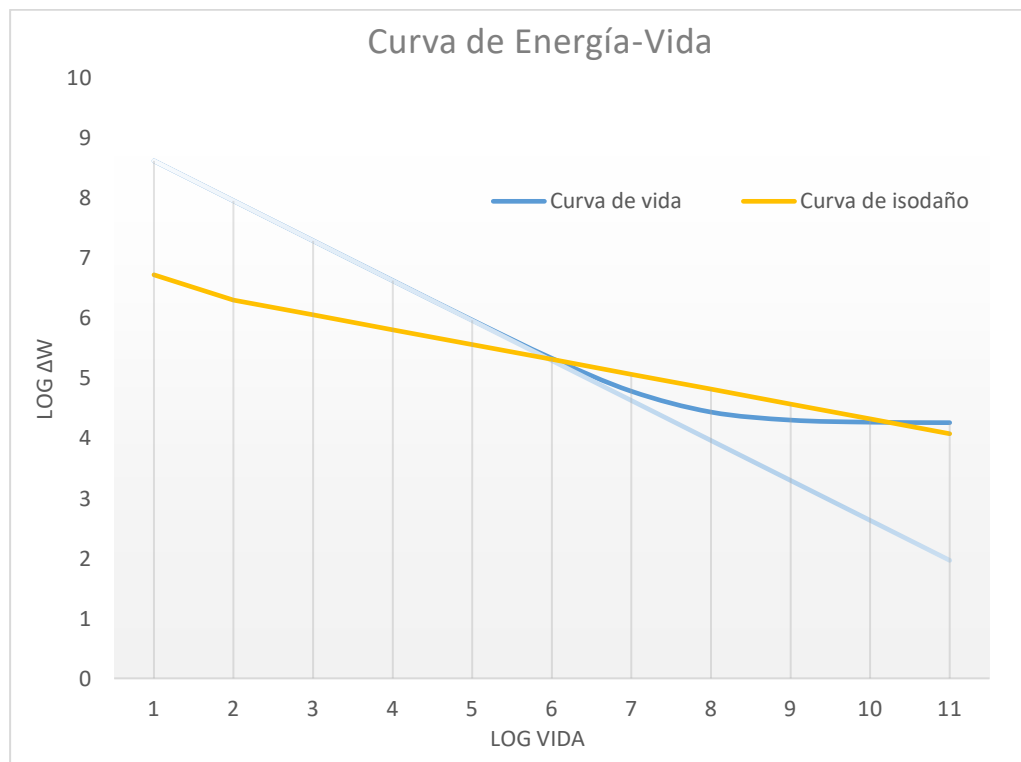


Ilustración 32. Gráfica de resultados Vida-Energía criterio de Ellyin

Como se observa en la gráfica, la curva de daño no tiene casi pendiente. Este hecho viene porque el cálculo se basa en una vida muy grande.

Para hallar el daño acumulativo utilizamos la siguiente ecuación donde se utiliza las dos diferentes cargas.

Para H-L

L-H

$$\left(\frac{n}{N_{fVacio}} \right)^{\frac{\log(N_{fLleno}/N^*)}{\log(N_{fVacio}/N^*)}} + \frac{n}{N_{fLleno}} = \left(\frac{1 \cdot 10^5}{6,02 \cdot 10^9} \right)^{0,882755} + \frac{1 \cdot 10^5}{2,17 \cdot 10^9} = 1,064 \cdot 10^{-4}$$



$$\text{Número de bloques: } \frac{1}{1,064 \cdot 10^{-4}} = 9394,24 \text{ bloques}$$

$$\text{Ciclos totales} = 200000 \cdot 9394,24 = 1,88 \cdot 10^9$$

Para H-L

$$\left(\frac{n}{N_{fLleno}} \right)^{\frac{\log(N_{fVacío}/N^*)}{\log(N_{fLleno}/N^*)}} + \frac{n}{N_{fVacío}} = \left(\frac{1 \cdot 10^5}{2,17 \cdot 10^9} \right)^{1,132816} + \frac{1 \cdot 10^5}{6,02 \cdot 10^9} = 2,885 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Número de bloques: } \frac{1}{2,885 \cdot 10^{-5}} = 34667,01 \text{ bloques}$$

$$\text{Ciclos totales} = 200000 \cdot 34667,01 = 6,93 \cdot 10^9$$

5.COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

5.1 COMPARATIVA DE LAS TEORIAS DE DAÑO ACUMULADO

En este apartado se han hecho una tabla donde se explican las principales diferencias entre las distintas teorías de los autores.

	Miner-Palgreem	Manson et al.	Lemaitre-Desmorat	Ellyin
¿Tipo de evolución?	Lineal	No lineal	No lineal	No lineal
¿Tiene en cuenta la historia de cargas?	No	Si	Si	Si
¿Tiene en cuenta la tensión media?	No	No	Si	Si
¿En que se basa la teoría de daño?	Absorción constante por ciclo	Absorción constante por ciclo pero con dos etapas	Mecánica de daño continuo	Densidad de energía

Tabla 13. Comparativa de las teorías de daño acumulado

5.2 COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LAS DIFERENTES TEORIAS DE DAÑO ACUMULADO

Como podemos observar en la siguiente tabla, tenemos los resultados de nuestro análisis de las distintas teorías de daño acumulado, así como el número de bloques que son capaces de predecir la rotura del material.

Teoría aplicada	Ciclos L-H	Ciclos H-L	¿Cumple la normativa?
Miner-Palgreem	$3,185 \cdot 10^9$	$3,185 \cdot 10^9$	SI
Manson et al.	$3,185 \cdot 10^9$	$3,185 \cdot 10^9$	SI
J.Lemaitre y R.Desmorat	$2.797 \cdot 10^{12}$	$3,066 \cdot 10^{11}$	SI
F. Ellyin	$1,88 \cdot 10^9$	$6,93 \cdot 10^9$	SI
Creo Simulate	$1,34 \cdot 10^7$	$1,34 \cdot 10^7$	SI

Tabla 14. Resultados de los criterios analizados

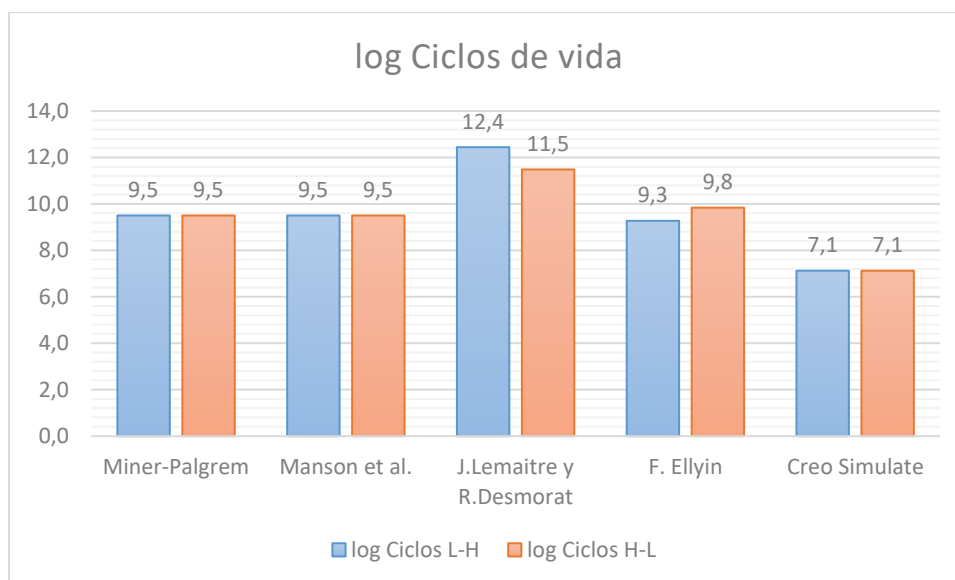


Tabla 15. Comparativa de resultados de los criterios analizados



6. CONCLUSIÓN

Se observa la diferencia sustancial de las distintas teorías tanto a nivel conceptual como en los resultados sobre el eje ferroviario.

Sobre el primer término, la diferencia sustancial es el concepto de dos estados que tienen todas las teorías menos la teoría de Miner. Esta última relata que el daño es constante en cada ciclo hasta la fractura. En las demás, existen por lo menos dos términos.

En Manson habla de la existencia que iniciación de la grieta y la propagación, en Ellyin habla del término de la reducción de vida al existir dos cargas diferentes, y por último Lemaitre también tiene una condición que distingue dos estados.

Pero como se observa en el desarrollo de las ecuaciones en el apartado 7, aplicados al eje ferroviario, en los dos estados existe una de un valor mucho mayor que el otro. Esto tiene su lógica conceptual, ya que aplicamos una carga inferior a la fatiga del material. De hecho, no podemos aplicar el modelo clásico de la curva S-N porque sobrepasa sus valores. Este evento, hace que las teorías estudiadas sean más difíciles en su aplicación.

Los números obtenidos en la comparativa de resultados se diferencian en lo menos conservativo el programa de diseño y simulación PTC Creo, con un resultado cercano a la capacidad que estipula la normativa. Las demás teorías, salvo Lemaitre, tienen resultados similares que se mueven nivel. Este nivel se sitúa en números similares a los valores del análisis a fatiga de una carga soportada constante en su vida.

Este punto es importante, ya que esto se puede concluir que la diferencia de la carga entre los dos estados aplicados, dos estados que son extremos, no difiere de si aplicáramos un estado constante. Este caso, siempre se aplicaría el estado de mayor esfuerzo aplicado.

El caso particular del caso menos conservador, el software PTC Creo, depende de la curva de tensión frente a vida que el programa use. Los tipos de software CAE como es el PTC Creo usan S-N, que como se ha comentado anteriormente, en nuestro caso no es de lo más fiable.



Y el otro caso que más destaca es el método de Lemaitre, siendo mucho más conservador que el resto. Un método donde se incluyen muchas variables propias del material, dando entonces un criterio más ajustado al análisis. La diferencia es de orden de $1E+3$ respecto a las demás teorías y de un $1E+5$ respecto al software Creo.

Para finalizar, se observa que cualquiera de los análisis descritos y calculados en el proyecto dan por válido el estudio de los dos estados según la normativa UNE respecto a los ejes ferroviarios.



7. TRABAJOS FUTUROS Y PRESUEPUESTO

7.1 TRABAJOS FUTUROS

Como no existen trabajos sobre estas teorías de daño acumulado aplicadas sobre el ámbito ferroviario y más concretamente sobre el eje, no ha sido posible una mayor complejidad en el objetivo del proyecto. Por eso, existen multitud de posibilidades a partir de este estudio.

Para trabajos futuros sería necesario un estudio mayor del material de la norma A1N, ya que para el TFG se utiliza un material similar (ST 52-3) y con las mismas características, pero sería conveniente utilizar el propio para poder ofrecer resultados más precisos.

Así como otros estudios más complejos que tengan en cuenta mayores historias de cargas, además de otros trabajos como son la tensión media no nula, etc. Además de distintos modelos de ejes variando el diseño para observar su vida a través del daño acumulado.

También otras teorías de daño acumulado por fatiga para comparar con respecto este trabajo.



7.2 PRESUPUESTO

Se estima un presupuesto por la realización del análisis como la labor de investigación por una empresa de ingeniería. A continuación, los costes imputados:

PERSONAL			
Descripción	Horas (h)	Coste por hora (€/h)	Coste imputable (€)
Documentación	200	45	9.000
Diseño y simulación	50	45	2.250
Redacción de proyecto	80	45	3.600
EQUIPO			
			Coste (€)
Licencia Creo Parametric Essentials			2.200
Ordenador			600€
Norma UNE-EN 13260			57
Norma UNE-EN 13261			68
TOTAL			17.775 €



8. BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

8.1 REFERENCIAS

- [1] La rotura del fuselaje de un Boeing 747 lanza al exterior al menos a 9 pasajeros (El Pais).
- [2] Axle fracture of an ICE3 high speed train (ScienceDirect).
- [3] Revista nº10 Mafex (Asociación Ferroviaria Española).
- [4] Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials (A. Fatemi; L. Yangt).
- [5] Fatigue and durability of structural materials (S.S Manson).
- [6] Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue (S.S. Manson, J.C, Freche and C.R. Ensign).
- [7] A course on damage mechanics (J. Lemaitre).
- [8] Mechanics of solid materials (J. Lemaitre and J.L. Chaboche).
- [9] Engineering damage mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures (J. Lemaitre y R. Desmorat).
- [10] Damage and fatigue: Continuum Damage Mechanics modeling for fatigue of materials and structures (R. Desmorat).
- [11] Fatigue damage, crack growth and life prediction (Ellyin).
- [12] How and why the fatigue $S-N$ curve does not approach a horizontal asymptote (C. Bathias).
- [13] Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice (Bathias and Paris).
- [14] Fatigue of Materials and Structures: Application to Design and Damage (C. Bathias and A. Pineau).
- [15] Volume 19 Fracture and Fatigue (ASM).
- [16] Theoretical study on Manson – Coffin equation for physically short cracks and lifetime prediction. (Hu YanDong, Hu zhiZhong, Cao Zhuzhen).



8.2 BIBLIOGRAFIA NORMA UNE

- Norma UNE 13103
- Norma UNE 13261
- Teorías de daño acumulativo en la fatiga (Justo Ruíz Calvo, Jesús Peláez Vara, Alberto Martínez Martínez).
- Diseño de máquina I de la Universidad Pública de Navarra (punto 4) (V. Badiola 2004).
- Introduction to Fatigue (Profesor Dan Dubina).
- Análisis de Fatiga en Máquinas (Rafael Avilés).
- Diseño en ingeniería mecánica (Shigley).
- Advances in fatigue science and technology (K.J. Miller).
- Fatigue Strength Prediction Formulae for Steels and Alloys in the Gigacycle Regime (Chaminda S. Bandara, Sudath C. Siriwardane, Udaya I. Dissanayake, and Ranjith Dissanayake).
- Continuum Damage Mechanics (S. Murakami).
- Fatigue from variable amplitude loading (Capítulo 9), (A. Fatemi). Universidad de Toledo EEUU.
- A Total Strain Energy Density Theory for Cumulative Fatigue Damage (K. Golos, F. Ellyin)
- Plastic Strain Energy in Fatigue Failure (F. Ellyin, D. Kujawski).
- Effect of mean stress and ratcheting strain on fatigue life of Steel (Z. Xia, D. Kujawski, F. Ellyin).
- Generalization of cumulative damage criterion to multilevel cyclic loading (K. Golos, F. Ellyin).
- Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue (S.S. Manson, J.C. Freche, C.R. Ensign).
- Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage (S.S. Manson, G. R. Halford).

9. ANEXOS

9.1 PLANO EJE

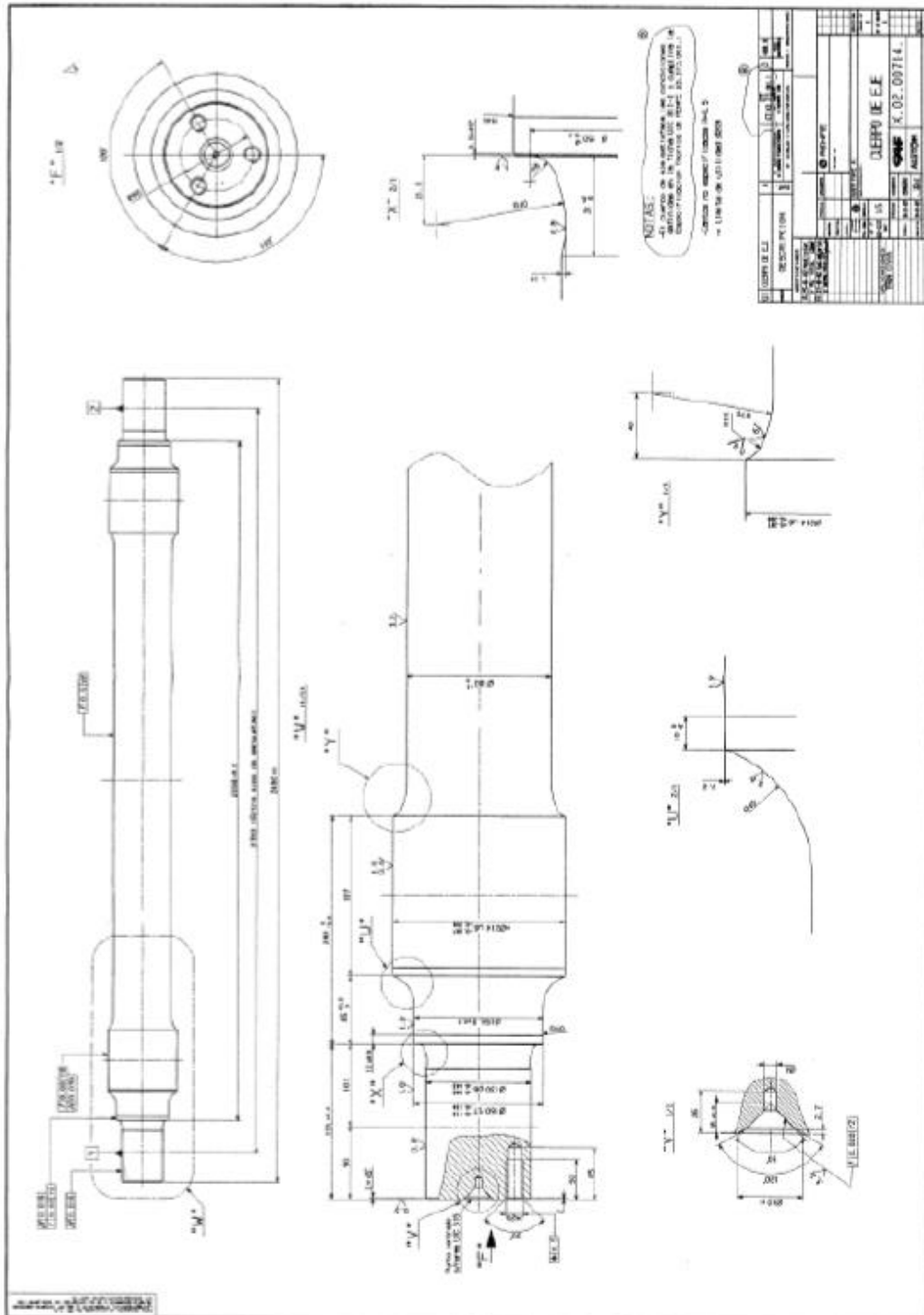


Ilustración 33. Plano eje ferroviario



9.2 TABLA DE RESULTADOS DE MOMENTO FLECTOR DEL EJE

Distancia (m)	Momento Flector Vacío (KN/m)	Momento Flector Lleno (KN/m)
0	0	0
0,01	0,0321	0,036025
0,02	0,1284	0,1441
0,03	0,2889	0,324225
0,04	0,5136	0,5764
0,05	0,8025	0,900625
0,06	1,1556	1,2969
0,07	1,5729	1,765225
0,08	2,0544	2,3056
0,09	2,6001	2,918025
0,1	3,21	3,6025
0,11	3,8841	4,359025
0,12	4,6224	5,1876
0,13	5,4249	6,088225
0,14	6,2916	7,0609
0,15	7,2225	8,105625
0,16	8,2176	9,2224
0,17	9,2769	10,411225
0,18	10,4004	11,6721
0,19	11,5881	13,005025
0,2	12,813999	14,38081975
0,21	14,040219	15,75697475
0,22	15,266439	17,13312975
0,23	16,492659	18,50928475
0,24	17,718879	19,88543975
0,25	18,945099	21,26159475
0,26	20,171319	22,63774975



0,27	21,397539	24,01390475
0,28	22,623759	25,39005975
0,29	23,849979	26,76621475
0,3	25,076199	28,14236975
0,31	26,302419	29,51852475
0,32	27,528639	30,89467975
0,33	28,754859	32,27083475
0,34	29,981079	33,64698975
0,35	31,207299	35,02314475
0,36	32,433519	36,39929975
0,37	33,659739	37,77545475
0,38	34,885959	39,15160975
0,39	34,862309	39,12795975
0,4	34,838659	39,10430975
0,41	34,815009	39,08065975
0,42	34,791359	39,05700975
0,43	34,767709	39,03335975
0,44	34,744059	39,00970975
0,45	34,720409	38,98605975
0,46	34,696759	38,96240975
0,47	34,673109	38,93875975
0,48	34,649459	38,91510975
0,49	34,625809	38,89145975
0,5	34,602159	38,86780975
0,51	34,578509	38,84415975
0,52	34,554859	38,82050975
0,53	34,531209	38,79685975
0,54	34,507559	38,77320975
0,55	34,483909	38,74955975
0,56	34,460259	38,72590975
0,57	34,436609	38,70225975



0,58	34,412959	38,67860975
0,59	34,389309	38,65495975
0,6	34,365659	38,63130975
0,61	34,342009	38,60765975
0,62	34,318359	38,58400975
0,63	34,294709	38,56035975
0,64	34,271059	38,53670975
0,65	34,247409	38,51305975
0,66	34,223759	38,48940975
0,67	34,200109	38,46575975
0,68	34,176459	38,44210975
0,69	34,152809	38,41845975
0,7	34,129159	38,39480975
0,71	34,105509	38,37115975
0,72	34,081859	38,34750975
0,73	34,058209	38,32385975
0,74	34,034559	38,30020975
0,75	34,010909	38,27655975
0,76	33,987259	38,25290975
0,77	33,963609	38,22925975
0,78	33,939959	38,20560975
0,79	33,916309	38,18195975
0,8	33,892659	38,15830975
0,81	33,869009	38,13465975
0,82	33,845359	38,11100975
0,83	33,821709	38,08735975
0,84	33,798059	38,06370975
0,85	33,774409	38,04005975
0,86	33,750759	38,01640975
0,87	33,727109	37,99275975
0,88	33,703459	37,96910975



0,89	33,679809	37,94545975
0,9	33,656159	37,92180975
0,91	33,632509	37,89815975
0,92	33,608859	37,87450975
0,93	33,585209	37,85085975
0,94	33,561559	37,82720975
0,95	33,537909	37,80355975
0,96	33,514259	37,77990975
0,97	33,490609	37,75625975
0,98	33,466959	37,73260975
0,99	33,443309	37,70895975
1	33,419659	37,68530975
1,01	33,396009	37,66165975
1,02	33,372359	37,63800975
1,03	33,348709	37,61435975
1,04	33,325059	37,59070975
1,05	33,301409	37,56705975
1,06	33,277759	37,54340975
1,07	33,254109	37,51975975
1,08	33,230459	37,49610975
1,09	33,206809	37,47245975
1,1	33,183159	37,44880975
1,11	33,159509	37,42515975
1,12	33,135859	37,40150975
1,13	33,112209	37,37785975
1,14	33,088559	37,35420975
1,15	33,064909	37,33055975
1,16	33,041259	37,30690975
1,17	33,017609	37,28325975
1,18	32,993959	37,25960975
1,19	32,970309	37,23595975



1,2	32,946659	37,21230975
1,21	32,923009	37,18865975
1,22	32,899359	37,16500975
1,23	32,875709	37,14135975
1,24	32,852059	37,11770975

Tabla 16. Resultados momento flector del eje ferroviario en los dos estados (lleno y vacío)

9.3 CAPTURAS DEL PROGRAMA PTC CREO

9.3.1 FOTOS SIMULACIÓN EN ESTÁTICO

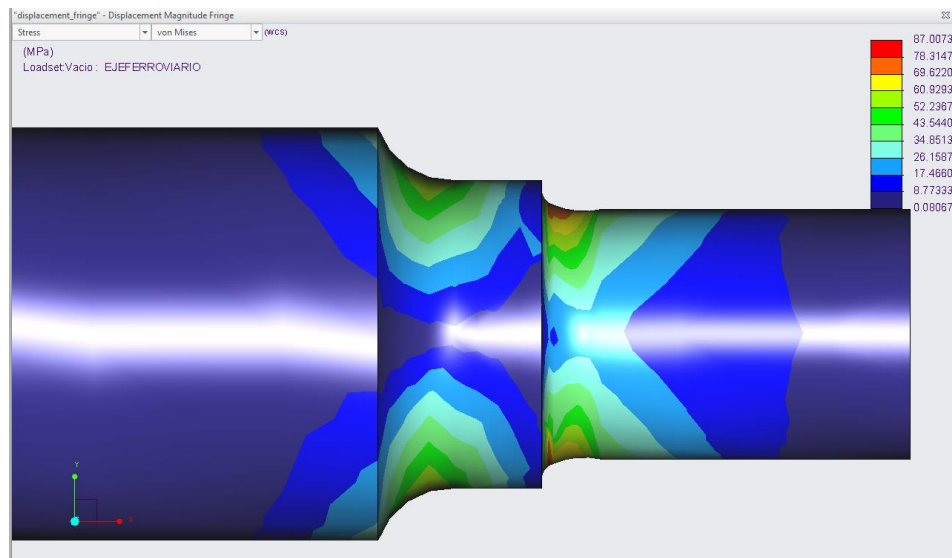


Ilustración 34. Tensión en estado de vacío con software Creo

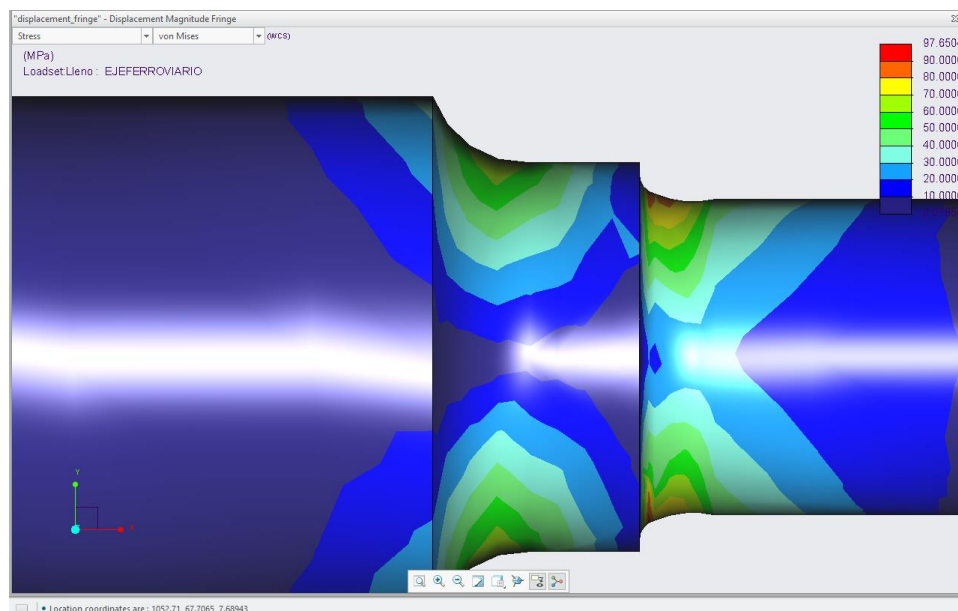


Ilustración 35. Tensión en estado de lleno con software Creo

9.3.2 FOTOS SIMULACIÓN EN FATIGA

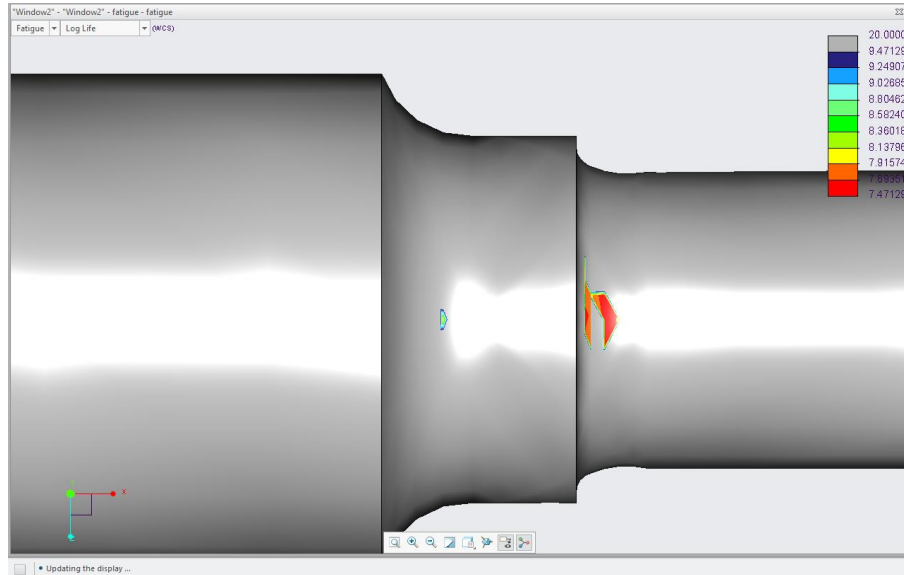


Ilustración 36. Ciclos de vida en estado de vacío con software Creo

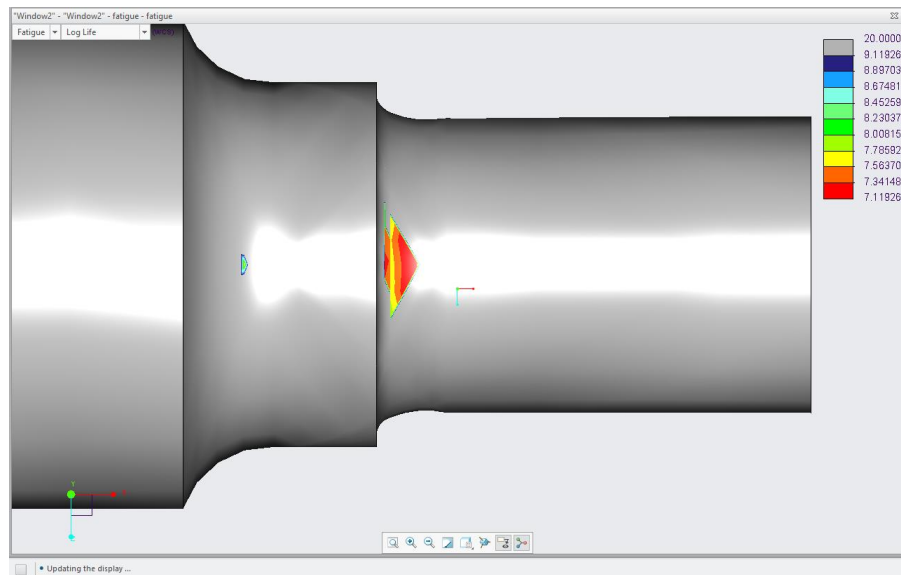


Ilustración 37. Ciclos de vida en estado de lleno con software Creo

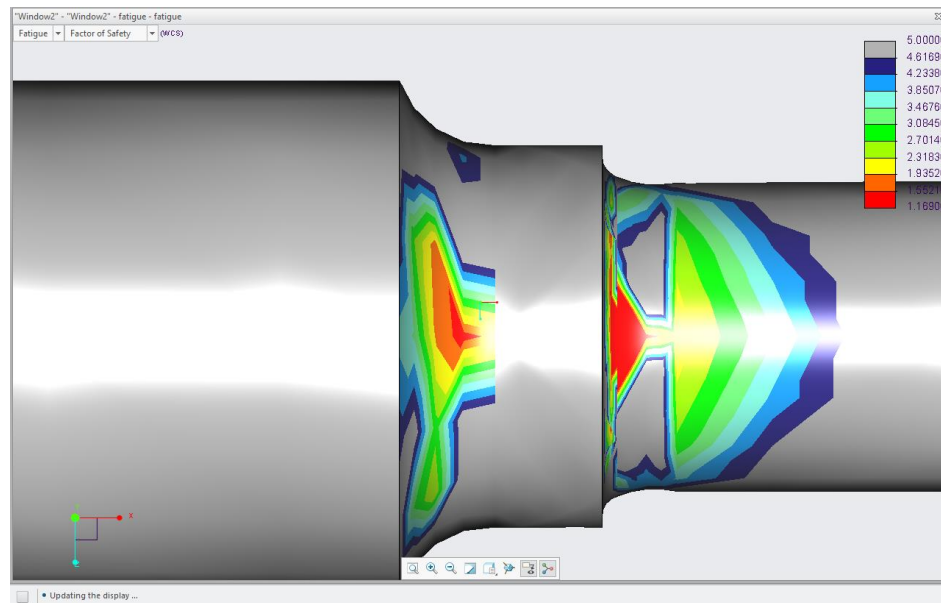


Ilustración 38. Factor de seguridad en estado de vacío con software Creo

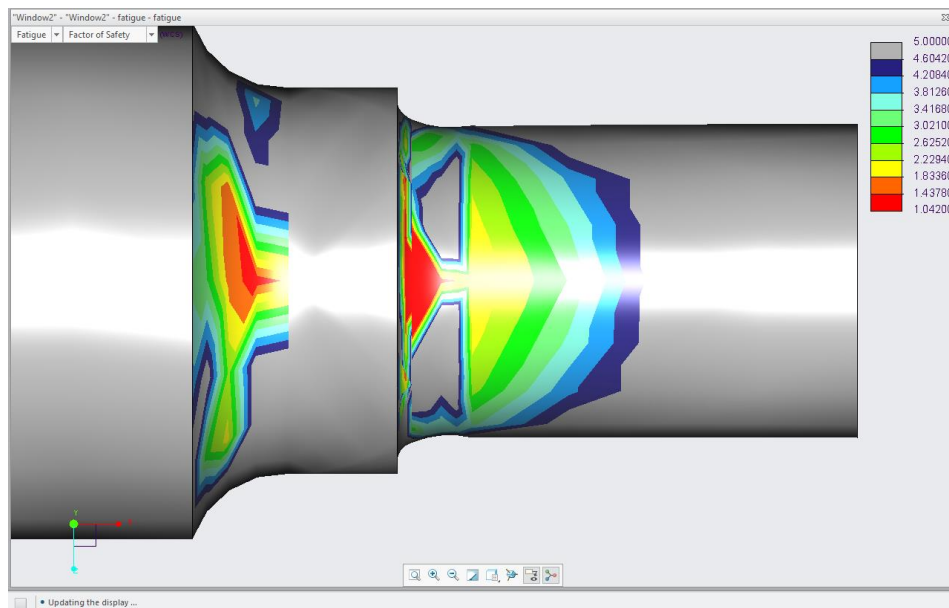


Ilustración 39. Factor de seguridad en estado de lleno con software Creo